

ВИСОКОЕФЕКТИВНІ ТЕХНОЛОГІЧНІ ПРОЦЕСИ В ПРИЛАДОБУДУВАННІ

УДК 621.981

РАСЧЕТ ОТКЛОНЕНИЯ ПОПЕРЕЧНЫХ СЕЧЕНИЙ АРМАТУРЫ ПРИ АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ ГИБКЕ

¹Кузнецова С. В., ¹Симаков А. Л., ¹Рожков А. Н., ²Мамин Ю. А., ²Варнавальская Т. В.

¹ФГБОУ ВПО «Ковровская государственная технологическая академия
имени В.А. Дегтярева», г. Ковров, Россия

²ПАО «Ковровский механический завод», г. Ковров, Россия

Рассмотрена задача точностного анализа линейных объектов сложной конфигурации в процессе автоматизированной гибки. Изложена методика расчета погрешностей отклонений поперечных сечений пространственных элементов арматуры при формообразовании. Она основана на сочетании элементов теории конечных перемещений с элементами винтового исчисления. Сформулированы рекомендации по использованию предложенной методики. Приведен пример определения погрешности положения сечения конечного участка пространственного элемента трубопроводной арматуры в процессе формообразования.

Ключевые слова: автоматизированное формообразование, анализ погрешностей, пространственный конструктивный элемент, теория винтового исчисления, трубопроводная арматура.

Введение

Возможность автоматизации технологических операций по формообразованию линейных объектов сложной конфигурации (трубопроводной арматуры, различного рода соединительной арматуры) в значительной мере определяется точностными возможностями технологического оборудования. Устройство для автоматизированной гибки труб характеризуется следующими составляющими погрешности формообразования:

- погрешность задания программы формообразования;
- погрешность исполнительных устройств формообразования.

Постановка задачи

В данной статье решается задача определения погрешностей формообразования пространственных объектов сложной конфигурации в процессе автоматизированной гибки. Предлагается использование методики, основанной на описании элементов объекта формообразования преобразованием плюккеровых координат с помощью бикватернионов.

Пространственная структура как объект точностного анализа

Как правило, сложная пространственная конфигурация арматуры может быть представлена последовательным повторением элемента, включающего линейные и угловые преобразования системы координат, одна из осей которой совпадает с продольной осью арматуры. На рис. 1 представлена схема такого элемента. Па-

раметрами елемента являються лінійні розміри a , b , r і углы α і β .

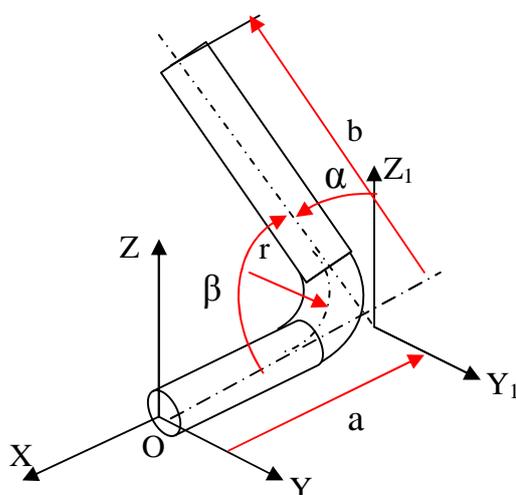


Рис. 1. Схема елемента просторової конфігурації арматури

Методи аналізу просторових структур

Рассмотрим возможные методы получения математической модели элемента сложной пространственной структуры.

Существующие методы определения погрешностей пространственных структур основаны на преобразовании либо однородных координат в трехмерном пространстве (применение матриц размера 4×4) [1], либо дуальных координат (применение матриц-верзоров размера 3×3) [2], которые приводят к решению систем алгебраических уравнений. Эти методы характеризуются избыточностью относительно искомым параметрам, достаточно большим объемом вычислительных операций и необходимостью дифференцирования матриц для определения коэффициентов влияния параметров объекта на величину погрешности.

Альтернативным направлением в методах анализа пространственных объектов является сочетание элементов теории конечных перемещений [3] с элементами винтового исчисления (преобразование плюккеровых координат) [2]. При этом рассматриваются преобразования некоторого единичного вектора элементами анализируемого объекта. Преобразования осуществляются бикватернионами вида [2]

$$(\lambda) = \cos \frac{(Q)}{2} + \bar{e} \sin \frac{(Q)}{2}, \quad (1)$$

где $(Q) = q + \omega q^\circ$ – дуальный угол, \bar{e} – единичный вектор, определяющий направление преобразования, q, q° – угловое и линейное перемещения преобразуемого вектора; ω – мнимая единица ($\omega^2 = -1$). В общем случае бикватернион осуществляет преобразование вектора в соответствии с соотношением [2]

$$\bar{e}' = (\tilde{\lambda}) \circ \bar{e} \circ (\lambda), \quad (2)$$

где $(\tilde{\lambda})$ – сопряженный бикватернион, имеющий противоположный знак векторной части, “ \circ ” – обозначение кватернионного умножения.

Математическая модель пространственной конфигурации

Последовательность движений формообразующего инструмента технологического оборудования может быть представлена последовательным перемещением подвижной системы координат по осевой линии пространственного элемента. В соответствии с рис. 1 преобразование системы координат имеет вид:

$$OX_0Y_0Z_0 \xrightarrow{a} OX_1Y_1Z_1 \xrightarrow{\alpha} OX_2Y_2Z_2 \xrightarrow{\beta} OX_3Y_3Z_3 \xrightarrow{b} OX_4Y_4Z_4$$

Для формализации этого преобразования введем матрицы

$$M_a = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\alpha \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad M_\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$M_\beta = \begin{pmatrix} \cos \beta & -\sin \beta & 0 & 0 \\ \sin \beta & \cos \beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad M_b = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -b \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Преобразование однородных координат пространственным элементом соответствует произведению

$$M_1 = M_b M_\beta M_\alpha M_a;$$

Пространственная конфигурация арматуры может включать несколько пространственных элементов, соединенных последовательно. При этом продольные оси смежных элементов могут образовывать углы в различных плоскостях. Поэтому переход от предыдущего элемента к последующему соответствует повороту подвижной системы координат, описываемому матрицей

$$M_{ij} = M_\gamma M_\delta M_\varepsilon,$$

где $M_\gamma M_\delta M_\varepsilon$ – матрицы угловых преобразований однородных координат.

Если пространственная конфигурация содержит элементы 1, 2, 3, . . . n, то матрица преобразования координат будет иметь вид:

$$M_{1n} = M_1 M_{12} M_2 M_{23} M_3 \dots M_i M_{ij} M_j \dots M_n, \quad (3)$$

При использовании в описании пространственной конфигурации винтового исчисления схема преобразования единичного вектора ее элементом имеет вид рисунка 2.

Единичный вектор \bar{e} в соответствии с конфигурацией пространственного элемента претерпевает следующие изменения:

$$\bar{e} \xrightarrow{a, \alpha, \beta} e_1 \xrightarrow{90^\circ} e_{11} \xrightarrow{b} e_2.$$

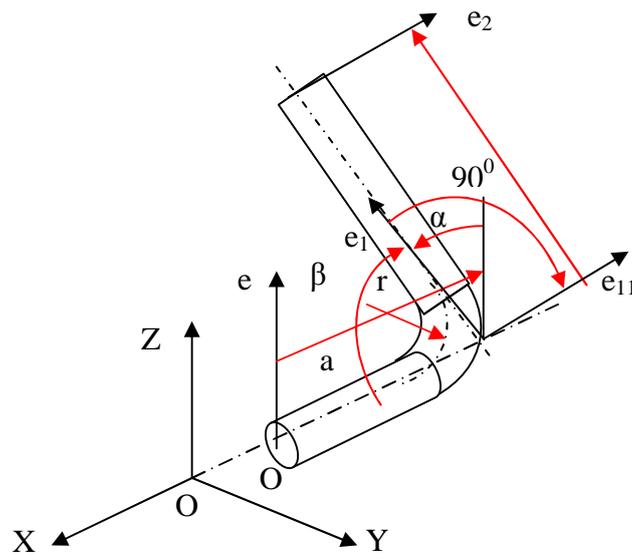


Рис. 2. Схема преобразования единичного вектора пространственным элементом

Эти преобразования осуществляются соответствующими бикватернионами

$$\lambda_a = \cos \frac{(\alpha + \omega a)}{2} + i_1 \sin \frac{(\alpha + \omega a)}{2};$$

$$\lambda_\beta = \cos \frac{(\beta)}{2} + i_2 \sin \frac{(\beta)}{2};$$

$$\lambda_{90} = \frac{\sqrt{2}}{2} (1 + i_2);$$

$$\lambda_b = \cos \frac{(\omega b)}{2} + i_3 \sin \frac{(\omega b)}{2}.$$

В этих формулах i_1, i_2, i_3 – единичные векторы координатных осей.

Пространственный элемент осуществляет преобразование единичного вектора в соответствии с зависимостью

$$e_2 = (\tilde{\lambda}_b)(\tilde{\lambda}_{90})(\tilde{\lambda}_\beta)(\tilde{\lambda}_a)e(\lambda_a)(\lambda_\beta)(\lambda_{90})(\lambda_b) \quad (4)$$

Методика определения отклонений поперечных сечений арматуры в процессе формообразования

Первичными погрешностями при формировании пространственной конфигурации следует считать погрешности технологического оборудования, а именно: погрешности поступательного и углового перемещения заготовки, погрешности углового перемещения инструмента при формообразовании арматуры. При рассмотрении модели элемента пространственной конфигурации эти погрешности можно учесть введением соответствующих кинематических пар, как правило, 5 класса, подвижность которых равна первичным погрешностям. В

результате просторовий елемент замінюється просторовим механізмом, подвижність якого визначається первичними погрешностями. Для аналізу погрешностей просторових механізмів запропонована методика [4], заснована на винтових перетвореннях одиничного вектора. Розглянемо можливість її застосування для визначення погрешностей формоутворення елементів просторової конфігурації.

В запропонованій методиці кінематическі пари механізму (як правило, 5 класу) розділені на вращательні і поступальні.

В якості перетворюваних одиничних векторів \bar{e} використовуються вектори, що збігаються з осями кінематических пар або з напрямками довжин теоретических зв'язок механізму [2]. Для спрощення перетворень розташування нерухомої системи координат (СК), в якій задається положення початкового вектора, слід вибрати так, щоб осі кінематических пар були паралельні координатним осям. Тоді бікватерніони, що виконують поступальне ($q = 0$) і вращательне ($q^\circ = 0$) переміщення вектора приймуть вигляд:

$$(\lambda)_П = 1 + \omega \frac{q^\circ}{2} \bar{e}; (\lambda)_В = \cos\left(\frac{q}{2}\right) + \bar{e} \sin\left(\frac{q}{2}\right); \bar{e} = i_1, i_2, i_3,$$

де i_1, i_2, i_3 – орти координатних осей OX, OY і OZ .

Послідовне перетворення початкового вектора кінематическими парами і зв'язками механізму в відповідності з співвідношенням (2) запишеться в вигляді:

$$\bar{e}' = (\tilde{\lambda})_П \circ \dots \circ (\tilde{\lambda})_j \circ \dots \circ (\tilde{\lambda})_1 \circ e \circ (\lambda)_j \circ \dots \circ (\lambda)_n, \quad (5)$$

де $(\lambda)_j$ – бікватерніон перетворення вектора j -м елементом механізму, $j = 1, 2, \dots, n$.

Перемноження бікватерніонів виконується за правилом перемноження мнимих одиниць, являючись символіческими ортами осей координат OX, OY і OZ . Отримане в результаті перетворення залежності (5) вираження для вектора \bar{e}' також є бікватерніоном і, відповідно, містить дійствительну і моментну частини. Якщо дійствительна частина цього бікватерніона збігається з початковим вектором, то проекції лінійного переміщення вектора на осі нерухомої СК можна знайти діленням моментної частини на дійствительну. Для цього введено правило ділення мнимих одиниць:

$$i_1 / i_2 = -i_1 / i_2 = i_3; i_1 / i_3 = -i_3 / i_1 = i_2; i_3 / i_2 = -i_2 / i_3 = i_1$$

Погрешність положення перетвореного вектора лінійно залежить від первичних погрешностей просторового елемента, під якими розуміють відхилення кутових і лінійних координат осевої лінії елемента від їх номінальних значень. Для урахування цих погрешностей в залежність (5) необхідно ввести бікватерніони, що відповідають перерахованим відхиленням реального елемента від ідеального. Ця процедура рівносильна введенню в схему елемента додатковеских кінематических пар, що відповідають первичним погрешностям положення осевої лінії. При раціональному виборі

неподвижной системы координат каждый бикватернион является функцией только одной переменной и, следовательно, одной первичной ошибки:

$$(\lambda)_j = f(q)_j,$$

где $(q)_j$ – перемещение вектора, осуществляемое j -м элементом. Погрешность положения выходного вектора находится как разность векторов, преобразованных реальным \bar{e}'_p и идеальным $\bar{e}'_и$ элементами:

$$\Delta\bar{e}' = \bar{e}'_p - \bar{e}'_и.$$

Другим способом вычисления погрешности положения выходного звена является дифференцирование выражения (5) с целью определения коэффициентов влияния первичных погрешностей (дифференциальный метод) [5]. В этом случае погрешность положения находится по формуле:

$$\Delta\bar{e}' = \sum_{j=1}^n \frac{\partial \bar{e}'}{\partial (q)_j} \Delta(q)_j.$$

Выполнив дифференцирование, получим:

$$\Delta\bar{e}' = (\Delta\tilde{\lambda})_0 \circ \bar{e} \circ (\lambda)_0 + (\tilde{\lambda})_0 \circ \bar{e} \circ (\Delta\lambda)_0; \quad (6)$$

$$(\Delta\tilde{\lambda})_0 = (\Delta\tilde{\lambda})_n \circ (\Delta\tilde{\lambda})_{n-1} \circ \dots \circ (\Delta\tilde{\lambda})_1 + (\tilde{\lambda})_n \circ (\Delta\tilde{\lambda})_{n-1} \circ \dots \circ (\tilde{\lambda})_1 + \dots + (\tilde{\lambda})_n \circ (\tilde{\lambda})_{n-1} \circ \dots \circ (\Delta\tilde{\lambda})_1;$$

$$(\lambda)_0 = \prod_{j=1}^n (\lambda)_j; \quad (\tilde{\lambda})_0 = \prod_{j=1}^n (\tilde{\lambda})_j;$$

$$(\Delta\lambda)_0 = (\Delta\lambda)_1 \circ \dots \circ (\lambda)_{n-1} \circ (\lambda)_n + \dots + (\lambda)_1 \circ \dots \circ (\Delta\lambda)_{n-1} \circ (\Delta\lambda)_n + (\lambda)_1 \circ \dots \circ (\lambda)_{n-1} \circ (\Delta\lambda)_n.$$

Приращения бикватернионов линейно зависят от соответствующих первичных погрешностей:

$$(\Delta\lambda)_j = \frac{\partial (\lambda)_j}{\partial (q)_j} \Delta(q)_j = K_j \Delta(q)_j, \quad (7)$$

где K_j – коэффициенты влияния, для вычисления которых кроме непосредственного дифференцирования бикватерниона $(\lambda)_j$ можно воспользоваться свойством кватерниона [6]

$$2\dot{\lambda} = \lambda \circ \bar{\Omega}, \quad (8)$$

где λ – кватернион, задающий угловое перемещение вектора; $\bar{\Omega}$ – скорость этого перемещения.

Нетрудно убедиться, что для бикватерниона, определяющее угловое \dot{q} и линейное \dot{q}° перемещения вектора, зависимость, аналогичная зависимости (8), имеет вид

$$2(\dot{\lambda}) = (\lambda) \circ (v);$$

$$(v) = \bar{e} \frac{dQ}{dt} = \bar{e}(\dot{q} + \omega\dot{q}^\circ); \quad (\dot{\lambda}) \equiv \frac{d\lambda}{dt},$$

где \bar{e} – единичный вектор оси винтового преобразования, задаваемого бикватернионом (λ) . Переходя к дифференциалам, а затем и к конечным приращениям координат и соответствующих бикватернионов, имеем:

$$(\Delta\lambda) = (\lambda) \circ \frac{\bar{e}}{2} \Delta(Q). \quad (9)$$

Сравнив выражения (7) и (9), получаем выражения для коэффициентов влияния:

$$K_{j_B} = (\lambda)_j \circ \frac{\bar{e}_j}{2}; \quad K_{j_{\Pi}} = (\lambda)_j \circ \omega \frac{\bar{e}_j}{2}, \quad (10)$$

где K_{j_B} – коэффициент влияния углового перемещения ($q_j^\circ = 0$); $K_{j_{\Pi}}$ – коэффициент влияния линейного перемещения ($q_j = 0$). Зависимость (6) с учетом выражений (10), принимает вид:

$$\begin{aligned} \Delta \bar{e}' = & \frac{1}{2} \left\{ \sum_{j=1}^{n-m} [(\tilde{\lambda})_j \circ (-\bar{e}_j) \circ (\tilde{\lambda})_{j-1} \circ \dots \circ (\tilde{\lambda})_1 \circ \bar{e} \circ (\lambda)_1 \circ \dots \circ (\lambda)_j + \right. \\ & + (\tilde{\lambda})_j \circ \dots \circ (\tilde{\lambda})_1 \circ \bar{e} \circ (\lambda)_1 \circ \dots \circ (\lambda)_j \circ \bar{e}_j] \Delta q_j + \\ & + \sum_{k=1}^m [(\tilde{\lambda})_k \circ (-\omega \bar{e}_k) \circ (\tilde{\lambda})_{k-1} \circ \dots \circ (\tilde{\lambda})_1 \circ \bar{e} \circ (\lambda)_1 \circ \dots \circ (\lambda)_k + \\ & \left. + (\tilde{\lambda})_k \circ \dots \circ (\tilde{\lambda})_1 \circ \bar{e} \circ (\lambda)_1 \circ \dots \circ (\lambda)_k \circ \omega \bar{e}_k] \Delta q_k, \right. \end{aligned} \quad (11)$$

где m – число поступательных преобразований вектора; n – общее число преобразований вектора.

Коэффициенты влияния первичных погрешностей на погрешность положения выходного звена вычисляется по формулам:

$$\left. \begin{aligned} K_{j_B} &= \frac{1}{2} \left[(\tilde{\lambda})_j \circ (-\bar{e}_j) \circ (\tilde{\lambda})_{j-1} \circ \dots \circ (\tilde{\lambda})_1 \circ \bar{e} \circ (\lambda)_1 \circ \dots \circ (\lambda)_j + \right. \\ & \quad \left. + (\tilde{\lambda})_j \circ \dots \circ (\tilde{\lambda})_1 \circ \bar{e} \circ (\lambda)_1 \circ \dots \circ (\lambda)_j \circ \bar{e}_j \right] / \bar{e}; \\ K_{j_{\Pi}} &= \frac{1}{2} \left[(\tilde{\lambda})_j \circ (-\omega \bar{e}_j) \circ (\tilde{\lambda})_{j-1} \circ \dots \circ (\tilde{\lambda})_1 \circ \bar{e} \circ (\lambda)_1 \circ \dots \circ (\lambda)_j + \right. \\ & \quad \left. + (\tilde{\lambda})_j \circ \dots \circ (\tilde{\lambda})_1 \circ \bar{e} \circ (\lambda)_1 \circ \dots \circ (\lambda)_j \circ \omega \bar{e}_j \right] / \bar{e}. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Абсолютная погрешность положения выходного звена устройства определяется по принципу геометрического сложения.

Рекомендации по использованию методики определения погрешности формообразования пространственного элемента

Приведенные зависимости позволяют сформулировать методику определения погрешности формообразования пространственных элементов. Ее реализация требует выполнения следующих рекомендаций:

- схема пространственного элемента разбивается на прямолинейные участки и выбирается направление перемещения от начального участка к конечному;
- на схеме пространственного элемента отмечаются кинематические пары (поступательные и вращательные 5 класса), соответствующие первичным погрешностям положения осевой линии элемента при переходе от предыдущего участка к последующему;
- с конечным участком элемента связывается СК, одна из осей которой совпадает с направлением осевой линии, вторая – параллельна оси введенной ки-

- нематической пары, а третья – дополняет две первые до правого координатного трехгранника;
- выбирается единичный вектор одной из осей (i_1, i_2, i_3) ;
- записываются бикватернионы преобразования этого вектора каждым участком элемента от конечного до начального;
- в соответствии с зависимостями (11) и (12) определяются либо погрешность положения конечного участка, либо коэффициенты влияния первичных ошибок K_j – при необходимости вычисления повторяются для другого единичного вектора.

Пример определения погрешности положения конечного участка пространственного элемента

В качестве примера определим погрешность положения конечного участка пространственного элемента рис.1.

В соответствии с методикой разбиваем элемент на 2 прямолинейных участка – а, b и вводим кинематические пары А, В, С, D, соответствующие первичным погрешностям $\Delta a, \Delta \alpha, \Delta \beta, \Delta b$ (рис. 3).

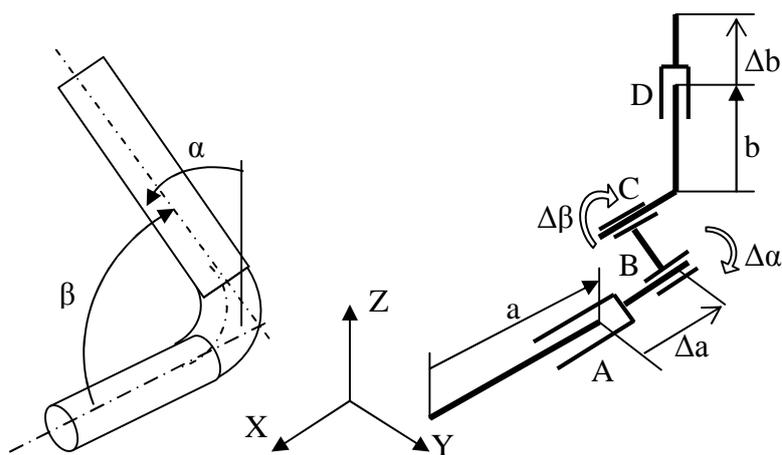


Рис. 3. Расчетная схема погрешности формообразования пространственного элемента

Бикватернионы преобразования единичного вектора в соответствии со схемой имеют вид:

$$\begin{aligned}
 (\lambda)_a &= 1 - \omega \frac{a}{2} i_1; & (\lambda)_{\Delta a} &= 1 - \omega \frac{\Delta a}{2} i_1; \\
 (\lambda)_\alpha &= \cos \frac{\alpha}{2} + i_1 \sin \frac{\alpha}{2}; & (\lambda)_{\Delta \alpha} &= \cos \frac{\Delta \alpha}{2} + i_1 \sin \frac{\Delta \alpha}{2}; \\
 (\lambda)_\beta &= \cos \frac{\beta}{2} + i_3 \sin \frac{\beta}{2}; & (\lambda)_{\Delta \beta} &= \cos \frac{\Delta \beta}{2} + i_3 \sin \frac{\Delta \beta}{2}; \\
 (\lambda)_b &= 1 + \omega \frac{b}{2} i_3; & (\lambda)_{\Delta b} &= 1 + \omega \frac{\Delta b}{2} i_3.
 \end{aligned}$$

Коэффициенты влияния первичных погрешностей:

$$K_a = \frac{1}{2} [(\tilde{\lambda})_a \circ (-\omega i_1) \circ (\tilde{\lambda})_b \circ i_2 \circ (\lambda)_b \circ (\lambda)_a + (\tilde{\lambda})_a \circ (\tilde{\lambda})_b \circ i_2 \circ (\lambda)_b \circ (\lambda)_a \circ (\omega i_1)] / i_2 = -\omega i_1;$$

$$K_\alpha = \frac{1}{2} [(\tilde{\lambda})_\alpha \circ (-i_1) \circ (\tilde{\lambda})_\beta \circ (\tilde{\lambda})_b \circ i_2 \circ (\lambda)_b \circ (\lambda)_\beta \circ (\lambda)_\alpha + (\tilde{\lambda})_\alpha \circ (\tilde{\lambda})_\beta \circ (\tilde{\lambda})_b \circ i_2 \circ (\lambda)_b \circ (\lambda)_\beta \circ (\lambda)_\alpha \circ i_1] / i_2 = -\omega b (i_2 \cos \beta \cos \alpha + i_3 \cos \beta \sin \alpha);$$

$$K_\beta = \frac{1}{2} [(\tilde{\lambda})_\beta \circ (-i_2) \circ (\tilde{\lambda})_\alpha \circ (\tilde{\lambda})_b \circ i_2 \circ (\lambda)_b \circ (\lambda)_\alpha \circ (\lambda)_\beta + (\tilde{\lambda})_\beta \circ (\tilde{\lambda})_\alpha \circ (\tilde{\lambda})_b \circ i_2 \circ (\lambda)_b \circ (\lambda)_\alpha \circ (\lambda)_\beta \circ i_2] / i_2 = \omega b (-i_1 \cos \beta + i_2 \sin \beta \sin \alpha - i_3 \sin \beta \cos \alpha);$$

$$K_b = \frac{1}{2} [(\tilde{\lambda})_b \circ (-\omega i_3) \circ (\tilde{\lambda})_\beta \circ (\tilde{\lambda})_\alpha \circ i_2 \circ (\lambda)_\alpha \circ (\lambda)_\beta \circ (\lambda)_b + (\tilde{\lambda})_b \circ (\tilde{\lambda})_\beta \circ (\tilde{\lambda})_\alpha \circ i_2 \circ (\lambda)_\alpha \circ (\lambda)_\beta \circ (\lambda)_b \circ (\omega i_3)] / i_2 = \omega (i_1 \sin \beta - i_2 \cos \beta \sin \alpha + i_3 \cos \beta \cos \alpha).$$

С учетом этих коэффициентов влияния могут быть найдены погрешности положения любого сечения пространственного элемента, например крайнего сечения для выходного участка:

$$\Delta x = -\Delta a - \Delta b \sin \beta - b \cos \beta \Delta \beta;$$

$$\Delta y = -\Delta b \cos \beta \sin \alpha + \Delta \beta b \sin \alpha \sin \beta - \Delta a b \cos \alpha \cos \beta;$$

$$\Delta z = \Delta b \cos \alpha \cos \beta - \Delta \beta b \sin \beta \cos \alpha - \Delta a b \sin \alpha \cos \beta.$$

Выводы

Таким образом, указанная методика применима для определения погрешностей формообразования пространственных конструктивных элементов. Поскольку методика предполагает последовательное выполнение однотипных операций, процедура определения погрешностей может быть автоматизирована. Результаты расчетов отклонений поперечных сечений заданных участков арматуры могут быть внесены в корректирующие алгоритмы формообразующего оборудования, что позволит повысить точность выполнения гибочной операции.

Литература

1. Кинематика, динамика и точность механизмов: Справ. / Под ред. Г. В. Крейна. – М.: Машиностроение, 1984.
2. Диментберг Ф. М. Теория винтов и ее приложения / Ф. М. Диментберг. – М.: Наука, 1978.
3. Лурье А. И. Аналитическая механика / А. И. Лурье. – М.: Наука, 1981.
4. Кузнецова С. В. Анализ погрешностей положения сопрягаемых поверхностей деталей в условиях автоматизированной сборки, с использованием элементов винтового исчисления / С. В. Кузнецова, А. Л. Симаков // Вестник Рыбинского государственного авиационного технического университета имени П. А. Соловьева. – 2014. – № 2 (29). – С. 75 – 81.
5. Коротков В. П. Основы метрологии и теории точности механизмов приборов / В. П. Коротков, Б. А. Тайц. – М.: Машиностроение, 1978.
6. Бранец В. Н. Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела / В. Н. Бранец, И. П. Шмыглевский. – М.: Наука, 1973.

*Надійшла до редакції
08 червня 2015 року*

© Кузнецова С. В., Симаков А. Л., Рожков А. Н., Мамин Ю. А., Варнавальская Т. В., 2015