

Полученные результаты могут быть использованы в дальнейшем развитии теории формообразования фасонных сложных поверхностей.

Литература

1. Чемборисов Н. А. Систематизация признаков способа формообразования / Н. А. Чемборисов // СТИН. – 2002. – № 8. – С. 32 – 35.
2. Сморгалов Н. В. Численное моделирование поверхностей при обработке резанием: монография / Н. В. Сморгалов. – Набережные Челны: КамПИ, 2003. – 203 с.
3. Шевелева Г. И. Теория формообразования и контакта движущихся тел: монография / Г. И. Шевелева. – М.: Изд-во Станкин, 1999. – 272 с.
4. Беклешов В. С. САПР в машиностроении: учебное пособие / В. С. Беклешов, Г. А. Морозова. – С.пб.: Машиностроение, 2005. – 141 с.
5. Радзевич С. П. Классификация рабочих поверхностей деталей и инструментов: учебное пособие / С. П. Радзевич. – Днепропетровск: Днепропетровский индустриальный институт, 1988. – 185 с.
6. Вайсбург В. А. Автоматизация технологической подготовки авиационного производства на базе ЭВМ и оборудования с ЧПУ: монография / В. А. Вайсбург, Б. А. Медведев. – Л.: Машиностроение, 1990. – 350 с.
7. Евгеньев Г. Б. Основы программирования обработки на станках с ЧПУ: монография / Г. Б. Евгеньев. – М.: Машиностроение, 1999. – 304 с.
8. Солодкий В. И. Метод подвижной поверхности при профилировании инструмента / В. И. Солодкий // Вестник НТУУ «КПИ». Серия машиностроение. – 2004. – Вып. 45. – С. 96 – 98.

*Надійшла до редакції
30 березня 2015 року*

© Солодкий В. И., Глоба А. В., 2015

УДК 620.179.14

ЗАСАДИ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОСТОРОВОЇ ПОХИБКИ ДЛЯ ВЕРСТАТІВ З CNC. ЧАСТИНА 1

Скицюк В. І.

*Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут»,
м. Київ, Україна*

У попередній низці статей [1, 2] вже розглядалися точка, крапка та риска як технологічні елементи впливу на загальну точність реалізації виробу. Було показано, яким чином технологічний фантом (ТФ) точки перетворюється на реальну крапку, як елемент відліку. Риска, як технологічний елемент, є низка крапок, з'єднаних за визначеним законом, а тому її можна розглядати як крапку з певним подовженням.

Наразі, стаття присвячена польовим структурам похибок у класичній системі координат. Водночас, розглядаються дві системи координат.

Одна система координат є уявною, тобто ТФ якої не має ніяких похибок. Друга система координат є реальною, яка є пристайною з уявною. Такі об'єкти, як точка, крапка, риска, потрапляючи у реальну координатну систему з уявної, отримують певні спотворення. Але при цьому самі вносять певні спотворення у загальну систему відліку. Цим технологіч-

ним елементам притаманні такі властивості польових структур, як ротор, дивергенція, градієнт та інші.

Ключові слова: точка, крапка, риска, поле похибок, ротор, дивергенція, градієнт.

Вступ

Як вже згадувалося вище [1, 2, 3, 4] у системах вимірювання такі технологічні елементи як точка, крапка та риска відіграють дуже важливу роль. Сутність цього впливу полягає у тому, що ці елементи є частиною загальної системи визначення координат у просторі будь-якого робочого простору. Особливо це стосується верстатів з ЧПК, де існує дві координатні системи. Перша уявна, є ТФ координатної системи верстата разом з деталлю. Друга – це реальна система координат верстата з деталлю, виконана з металу, якою керує уявна. Звісно, що за такого способу відтворення деталі існують певні похибки, які впливають на якість кінцевого продукту. Для того, щоб максимально підвищити точність реальної системи координат у пам'ять CNC вводяться так звані константи, які частково зменшують похибки реальної системи координат. Але проблема криється у тому, що кількість констант повинна бути надзвичайно великою, оскільки необхідно давати корекцію на кожний кубічний крок позиціонування. Так, наприклад, при кроці позиціонування у один мікрометр для одного кубічного сантиметра робочого простору необхідно запам'ятати 10^{12} констант, не рахуючи того, що кожна з них має свої величини, та системи обслуговування.

Постановка задачі

Отже, необхідно розглянути два варіанти координат. Цей висновок можна відобразити наступною залежністю:

$$\vec{R}_k = \vec{I}_k U_k, \quad (1)$$

де U_k – уявна система координат, яка знаходиться у пам'яті приладу, системи CNC або мозку біологічного об'єкту, \vec{I}_k – функція реалізації координат, тобто перетворення уявних у реальні, \vec{R}_k – реальна система координат, тобто об'єм робочого простору верстата тощо.

Звісно, що як наслідок, існує розходження між уявними та реальними координатами, що утворюють поле скалярної похибки $P(x, y, z, t)$, тобто

$$\vec{R}_k - \vec{I}_k U_k = \vec{I}_p P(x, y, z, t). \quad (2)$$

У виразах (1) та (2) усі функції є об'ємні векторні матриці. Наразі, константи або опорні точки, крапки, риси є зв'язковими елементами між обома системами координат. Але вплив їх на похибку у просторі є досить обмеженим. Для того, щоб визначити цей вплив необхідно дослідити їх польову структуру похибки та зв'язок з загальним полем похибки.

У авторській роботі [2] було показано, що для визначення координати відчутник має пройти відстань через досліджуваний об'єкт, яка дорівнює $\sqrt{2S}$ або $t_T \vec{V}_p$, де t_T – час визначення торкання, а \vec{V}_p – вектор швидкості. Тобто, ми має-

мо кінцеву точність визначення координати. Отже, на першому етапі нам необхідно сформулювати поняття про поле похибок як таке. По-друге, необхідно визначити польові структури точки, крапки та rischi.

Фізичне підґрунтя поля похибки та її модель

Отже, з виразу (1) та (2) видно, що між уявною функцією координат $U_k(x, y, z, t)$ та реальною $\bar{R}_k(x, y, z, t)$ існує певне розходження, яке утворюється завдяки недосконалості функції реалізації $\bar{I}_k(x, y, z, t)$. Функція реалізації $\bar{I}_k(x, y, z, t)$ сама по собі є недосконалою, оскільки має подвійність реалізації через позитивні та негативні технології. Окрім того, функція реалізації теж має свою уявну, реальну та реалізаційну функцію. Так, наприклад, інструмент, який має торкнутися деталі, має уявну траєкторію (CNC) та реальну траєкторію руху (рушійна система) і відповідну функцію реалізації. Аналогічна ситуація відбувається при ручному виконанні цієї технологічної операції. У цьому випадку точність траєкторії руху цілком залежить від навичок оператора, тобто функції реалізації.

Отже, як наслідок, за уявну координатну систему будемо вважати таку, у якій всі точки простору мають координати, які за своєю величиною не є ірраціональними числами. Будь-які відхилення становлять не більше $\sqrt{2\bar{S}}$, у тому числі і на початку координат. Реальна система координат є пристайною до уявної. Тому, для загального випадку, приймаємо тезу, що початки обох систем координат є пристайні не гірше, ніж $\sqrt{2\bar{S}}$, а вісі координат пристайні у межах діаметру rischi $\sqrt{2\bar{S}}$. Якщо у цьому випадку ми приймаємо уявну систему координат як еталон відліку, то різниця між координатними системами утворить польову структуру похибок у визначеному об'ємі простору згідно залежності (2). При цьому ця польова структура може бути відображеною як у двокоординатній системі, так і у об'ємі (рис. 1).

У двокоординатній системі координат (x, y) (рис. 1) є можливість відобразити по третій координаті поверхні рівня похибки, тобто $p_0(x, y) = p_{\max}$, $p_1(x, y) = p_1$, $p_2(x, y) = p_2$ тощо. При цьому може бути ситуація, коли поверхня рівня може співпадати з площиною уявної системи координат. У цьому випадку величина похибки (поверхня рівня) буде дорівнювати нулю, тобто $p_3(x, y) = p_3 = 0$. Наступні поверхні рівня похибки можуть бути від'ємними і розташовані нижче площини x, y . Якщо ми спроектуємо контури поверхонь рівня на площину x, y , то отримаємо низку екіпотенційних ліній. Тобто уявимо, що така площина є еквівалентом площини S і знаходиться у межах досліджуваного об'єму, а отже маємо можливість перейти до трикоординатної системи (рис. 1, б). У такому випадку ці екіпотенційні лінії будуть утворювати екіпотенційні об'єми. Це об'єми рівної похибки, які дають можливість уявити розподіл похибки у просторі. Наразі, це низка об'ємів $Q(x, y, z)$, поверхня яких є екіпотенційною похибкою, тобто $p(x, y, z) = S(x, y, z)$.

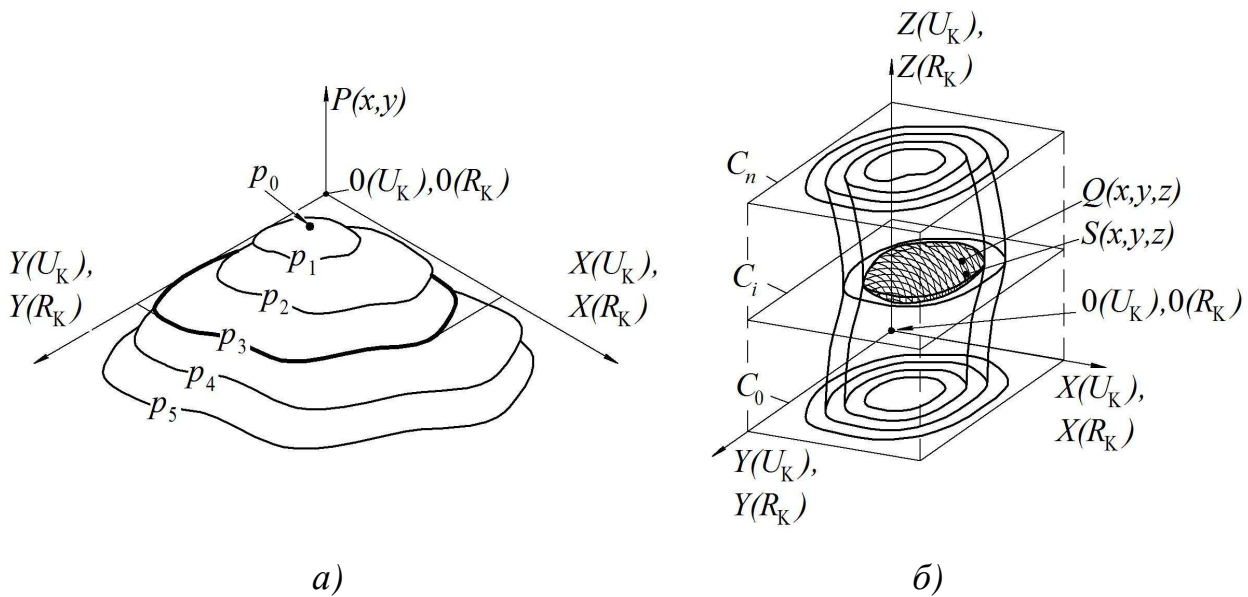


Рис. 1. Графічна інтерпретація просторової похибки, де а) похибки координат у двох вимірах; б) похибки координат у тривимірному просторі.

На відміну від реальної системи координат уявна не має еквіпотенційних контурів похибки, площин та об'ємів. Причина цього полягає у тому, що функція похибки у будь-якій частині уявного координатного простору дорівнює нулю, тобто $P(x, y, z, t) = 0$. Для реального простору $P(x, y, z, t) \geq \sqrt{2\bar{S}}$. При цьому уявна координатна система має свої еквіпотенційні лінії координат з похибкою просторового розташування $P(x, y, z, t) < \sqrt{2\bar{S}}$. В уявній системі координат (наприклад, декартова) всі елементарні об'єми являють собою бездоганні куби, без якихось відхилень від норми. Для циліндричної та сферичної системи координат виникає деяка непевність при визначенні координат у просторі, яка пов'язана з ірраціональністю чисел π та e , які використовуються для математичного опису координат об'єкту. Здебільшого у таких координатних системах існує накопичувальна похибка, і координатні системи необхідно періодично «обнуляти», тобто пристайнювати уявну та реальну системи координат. У таких випадках ірраціональна похибка просто відкидається. З суто математичного погляду це нагадує визначення величини похибки при розкладанні функції у ряд та визначенні величини похибки при відкиданні останніх членів ряду. Наразі, таким критерієм є величина $\sqrt{2\bar{S}}$. Оскільки відкидаються всі менші за цю величину члени, то поступово загальна підсумкова похибка перевищує величину $\sqrt{2\bar{S}}$ і тоді функції необхідно пристайнювати задля збереження точності перетворення.

Ще більше подібна ситуація стосується функції реалізації $\vec{I}_k(x, y, z, t)$, яка при можливих перетвореннях не може обійтися без ірраціональних чисел та обчислень трансцендентних функцій. Як наслідок, реальна система координат може бути побудована лише з ірраціональними похибками. Наразі це можна

побачити, якщо проаналізувати фізико-математичне підґрунтя утворення реальної системи координат через функцію реалізації.

Отже, функція реалізації у (1) це низка технологічних процесів, кожний з яких має свою уявну та реальну функцію, тобто, наприклад, це має наступний вигляд:

$$\vec{I}_k = \sum_{i=1}^n \vec{R}_i(\vec{I}_i) = \sum_{i=1}^n \vec{I}_i U_i, \quad (3)$$

де кожна функція \vec{I}_{ki} є одним з технологічних процесів з послідовності $i=1, 2, 3, \dots, n$. За своєю побудовою ця технологічна функція є продуктом реалізації уявної, тобто

$$\vec{R}(\vec{I}_i) = \vec{I}(\vec{I}_i) \cdot U(\vec{I}_i). \quad (4)$$

В свою чергу отримуємо

$$(\vec{I}_k) = \vec{R}(\vec{I}_{k,i+1}) = \vec{I}(\vec{I}_{k,i+1}) U(\vec{I}_{k,i+1}), \quad (5)$$

що є основою для послідовності опису низки технологічних процесів у виразі (3) при $1 \leq i \leq n$.

Якщо зробити більш широке узагальнення, то до виразу (3), користуючись (4) та (5), необхідно дописати ще низку аналогічних залежностей, які дають опис загальної ситуації, тобто дати уяву кожному \vec{I}_i , яке входить до складу \vec{I}_k . Як наслідок, отримуємо

$$\begin{aligned} \vec{I}_i &= \sum_{j=1}^m \vec{R}_j(\vec{I}_j) = \sum_{j=1}^m \vec{I}_j U_j \\ &\dots\dots\dots \\ \vec{I}_j &= \sum_{q=1}^l \vec{R}_q(\vec{I}_q) = \sum_{q=1}^l \vec{I}_q U_q \end{aligned} \quad (6)$$

$$\vec{I}_k = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \dots \sum_{q=1}^l \vec{I}_q U_q \cdot (U_i \cdot U_j \cdot \dots \cdot U_{q-1})$$

У широкому розумінні це означає, що похибка реалізації супроводжує не тільки процес утворення координат, але і усі інші утворені об'єкти без виключень. Все це є основою для утворення похибок у функції $\vec{R}_k(x, y, z, t)$. При цьому слід визнати, що найбільшим джерелом похибок є уявна функція і вже потім функція реалізації. Вплив уявної функції на стільки великий, що для її реалізації об'єкту може не вистачити потужності функції $\vec{I}(x, y, z, t)$. Окрім того, функція реалізації у (5) не є остаточною, оскільки у свою чергу складається з низки таких самих технологічних процесів реалізації (6). Тобто, ці всі функції суто математично можна уявити як матрицю, яка має m вимірів. У спрощеному вигляді це можна уявити як гілку ялинки, де кожна гілочка закінчується величиною $\sqrt{2\bar{S}}$.

Окрім того, необхідно зауважити, що функції, які ми розглядаємо у (1) – (6) є частково скалярні, а частково – векторні. Так, уявна функція є силова скалярна функція, але векторного характеру вона набуває завдяки функції реалізації $\vec{I}(x, y, z, t)$, яка є векторною. Фактично вона схожа на функцію одиничного вектора у математиці з тією різницею, що вона є реалізатором $\vec{R}(x, y, z, t)$. При цьому функція $U(x, y, z, t)$ є силова, яка утворює $\vec{I}(x, y, z, t)$ і, як наслідок, $\vec{R}(x, y, z, t)$. У цьому випадку ми бачимо один з випадків реалізації ТФ у вигляді функції $U(x, y, z, t)$ [5]. Сутність процесу реалізації при цьому відбувається з похибками, на величину яких впливає ТФ брукту.

Серед усіх цих функцій реалізації (6) є одна, яка має безпосередній вплив на точність виконання $\vec{R}_k(x, y, z, t)$. Це функція введення констант корекції. Саме на цьому етапі використовуються властивості точки, крапки, риски. Ці елементи внесені у польову структуру похибки утворюють відповідні спотворення. Спотворення позитивно діють на польову структуру похибки. Це виявляється через зменшення середньостатистичних відхилень від уявної площини (рис. 2).

Друга функція цих елементів полягає у зв'язці уявної системи координат CNC з реальною системою координат верстата.

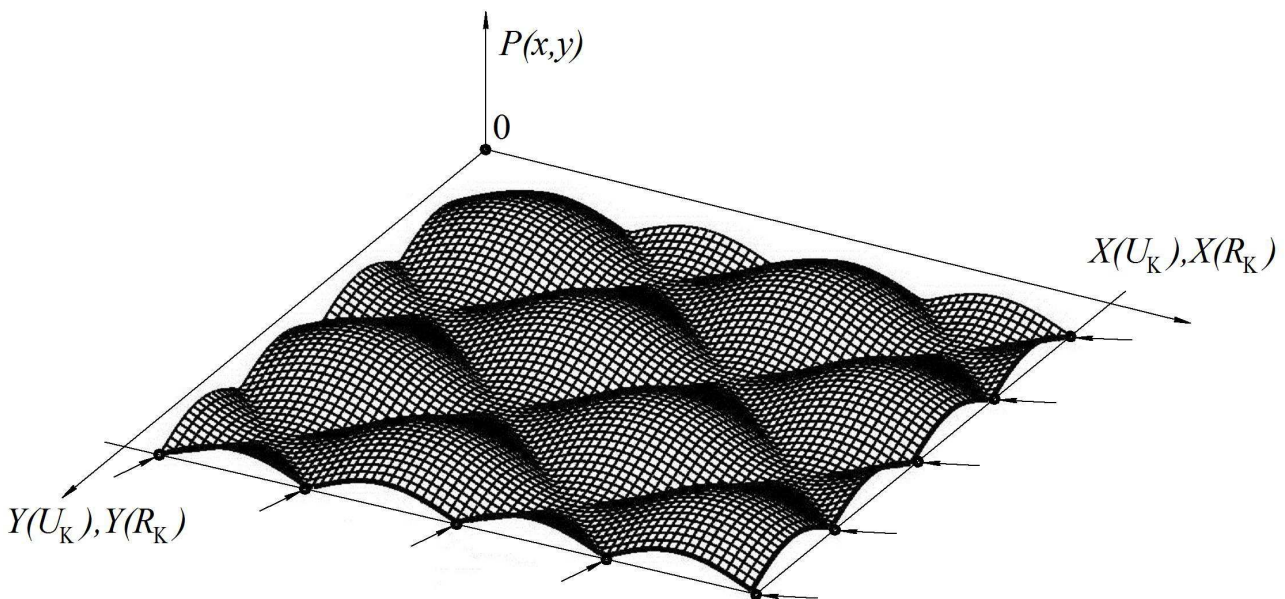


Рис. 2. Вплив введення констант у польову структуру похибки $P(x, y)$.
Точки введення констант показано стрілками

Отже, при узагальненні, ми маємо можливість уявити залежності (3) та (4) як комплекс скалярних та векторних польових структур, тобто

$$R - IU = P \Rightarrow P = \mu U + \mu\eta U = \mu(1 + \eta)U = D = (\sigma)^3, \quad (7)$$

де μ – коефіцієнт лінійного спотворення координати (координатна проникність похибки), η – коефіцієнт, який характеризує обертання нормального вектора вздовж еквіпотенційної силової лінії, D – дуальність координати, $(\sigma)^3$ – метрична щільність похибки у реальному об'ємі. У виразі (7) ця величина є мінімальним значенням похибки. Користуючись властивостями польових структур можемо записати низку залежностей, яка нам знадобиться для подальшого розгляду:

$$\operatorname{div}P = (\sigma)^3, \operatorname{rot}U = 0, \operatorname{div}U = \frac{(\sigma)^3}{\mu(1+\eta)}, \operatorname{div}D = (\sigma)^3, \quad (8)$$

де $U = -\operatorname{grad}\phi_R$, ϕ_R – потенціал похибки у реальній системі координат.

Висновки

Стаття є продовженням низки авторських статей, присвячених точності визначення координат об'єкта у технологічному просторі. Показано наявність уявної координатної системи у пам'яті CNC та процес її реалізації у реальній системі координат верстата. Показано існування функції реалізації реальної системи координат, як наслідки перетворень уявної системи координат. Показано, яким чином впливають корегуючі константи на загальне спотворення польових структур координатної похибки.

У подальшому необхідно дослідити фізико-математичні властивості точки, крапки, риски, польової структури похибки та зв'язок між всіма цими польовими елементами.

Література

1. Скицюк В. І. Межі застосування риски як об'єкту налагодження приладу (Частина 1) / В. І. Скицюк, М. А. Вайнтрауб // Вісник НТУУ „КПІ”. Серія приладобудування. – 2008. – Вип. 35. – С. 166 – 172.
2. Скицюк В. І. Межі застосування риски як об'єкту налагодження приладу (Частина 2) / В. І. Скицюк, М. А. Вайнтрауб // Вісник НТУУ „КПІ”. Серія приладобудування. – 2009. – Вип. 37. – С. 152 – 161.
3. Скицюк В. І. Поняття технологічної крапки (точки) у надточних системах вимірювання / В.І. Скицюк // Вісник НТУУ «КПІ». Серія приладобудування. – 2007. – Вип. 33. – С. 164 – 170.
4. Точность производства в машиностроении и приборостроении / под ред. Гаврилова В. М. – М.: Машиностроение, 1973. – 567 с.
5. Скицюк В. І. Фізичні засади технології ТОНТОР: монографія / В. І. Скицюк, Г. С. Тимчик, М. А. Вайнтрауб та ін. – К.: НТУУ «КПІ», 2010. – 352 с.

*Надійшла до редакції
22 січня 2015 року*

© Скицюк В. І., 2015