

3. Поняття технологічної крапки (точки) у надточних системах вимірювання / В. І. Скицюк // Вісник НТУУ «КПІ». Серія приладобудування. – 2007. – Вип. 33. – С. 164 – 170. (УДК 621:620.179.14(088.8))
4. Точность производства в машиностроении и приборостроении / под ред. Гаврилова В. М. – М.: Машиностроение, 1973. – 567 с.
5. Бронштейн И. Н. Справочник по математике. / И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев. – М.: Наука, 1967. – 608 с.

*Надійшла до редакції  
29 квітня 2015 року*

© Скицюк В. І., 2015

УДК 621.528

## МОДЕЛИРОВАНИЕ КАЧЕСТВА ИЗГОТОВЛЕНИЯ СПЕЦИАЛЬНЫХ УПРУГИХ ЭЛЕМЕНТОВ ТИПА МЕМБРАН И СИЛЬФОНОВ

*Савченко С. В., Румбешта В. О., Ламтев Н. Н.*

*Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт»,  
г. Киев, Украина*

*E-mail: [savchenko0102@ukr.net](mailto:savchenko0102@ukr.net)*

*Статья содержит анализ факторов влияющих на качественные характеристики специальных упругих элементов, таких как мембраны и сильфоны и определена функциональная зависимость, в которой эти факторы находятся. Также разработана методика анализа точности мембран, которая позволяет уже на стадии проектирования упругих элементов проводить определенное управление качеством процесса их изготовления, так как точность таких деталей является ключевой для приборов авиастроения и систем управления.*

**Ключевые слова:** *качество, упругие элементы, мембрана, параметрическая точность, управление.*

### **Введение**

В приборостроении большое значение имеет параметрическая точность элементов и систем, поскольку современные приборы содержат множество самых разнообразных функциональных и преобразующих устройств, работающих на базе различных физических параметров. Обеспечить физическую взаимозаменяемость любого узла или детали прибора – значит выдержать определенное нужное значение их исходного физического параметра в заданных пределах во всей партии приборов. К таким физическим параметрам относятся, например: упругость или жесткость мембран, рессор, пружин, сильфонов. В то же время все эти выходные параметры элементов прибора, в свою очередь, являются производными целого ряда первичных параметров и характеристик, которыми они находятся в определенной функциональной зависимости. Поэтому такую взаимозаменяемость часто называют также функциональной. Вопрос контроля качества изготовления упругих элементов рассматривается в работах [1, 2, 3], но используемые методы имеют свои недостатки, а именно, сложность

расчетов и внесение в расчет параметров несущественно влияющих на конечный результат.

### **Постановка задачи**

В научных работах [4, 5] установлено, что величина жесткости мембраны  $Z_0$  зависит от ряда конструктивных и технологических факторов. В общем виде при учете влияния основных факторов функциональную зависимость можно представить так:

$$Z_0 = f(W_0; r_n; E; \delta; h),$$

где  $W_0$  – величина прогиба мембраны;  $r_n$  – наружный радиус мембраны;  $E$  – модуль упругости материала;  $\delta$  – толщина стенки мембраны;  $h$  – высота гофра.

Обеспечение параметрической точности гарантируется на выявлении всех первичных факторов и характеристик, от которых зависит данный выходной физический параметр, и установлении функциональной корреляционной зависимости, в которой они между собой находятся. Таким образом, находится передаточная функция или уравнение связи, с помощью которого устанавливается степень влияния каждого первичного фактора на выходной параметр, функционального элемента.

Если  $z_1, z_2, z_3, \dots, z_n$  – первичные выходные величины, является в данном случае конечным множеством независимых переменных, число которых  $n$ , то корреляционная функция в расчетном или номинальном значении вообще будет:

$$Z_0 = \varphi_0(z_1, z_2, \dots, z_n) = \varphi_0(z_i), \quad (1)$$

где  $Z_0$  – номинальное значение выходного параметра

Из-за наличия производственных погрешностей истинное значение первичных характеристик и выходного параметра отличаться от номинального. Зная такие первичные погрешности соответственно по каждому фактора  $\Delta z_1, \Delta z_2 \dots, \Delta z_n$ , реальную зависимость можно представить в виде:

$$Z = \varphi(z_1 + \Delta z_1; z_2 + \Delta z_2; \dots) = \varphi(z_i + \Delta z_i), \quad (2)$$

где  $Z = Z_0 + \Delta Z$ ;  $\Delta Z = Z - Z_0$  – отклонение выходного параметра или его погрешность через вариации входных величин. Чтобы найти эту ошибку, выражение (2) разложим в функциональный степенной ряд Тейлора для конечного множества независимых переменных как таковой, наиболее полно отражает функциональное корреляционная связь между имеющимися величинами [1]. При этом ограничимся лишь теми членами ряда, содержащие ошибки в нулевом и первом степени, не внося существенной ошибки в расчеты:

$$Z = \varphi_0(z_i) + \frac{\partial \varphi_0(z_i)}{\partial z_1} \Delta z_1 + \frac{\partial \varphi_0(z_i)}{\partial z_2} \Delta z_2 + \dots + \frac{\partial \varphi_0(z_i)}{\partial z_n} \Delta z_n$$

Другие члены ряда содержат погрешности во втором, третьем степенях и

т.п. или их произведения  $(\Delta z_1 \cdot \Delta z_2)$   $(\Delta z_1 \cdot \Delta z_2 \cdot \Delta z_3)$ . Поскольку сами погрешности с величинами малого порядка, то их произведения, квадраты и т.д. будут величинами бесконечно малыми, которыми пренебрегаем. Первым членом ряда является  $Z_0$  а вся остальная сумма является погрешностью

$$\Delta Z = \sum_{i=1}^n \frac{\partial \varphi_0(z_i)}{\partial z_i} \Delta z_i$$

До последнего времени теория расчета гофрированным мембран была разработана весьма слабо. Исследования в этой области были проведены профессорами Д. Ю. Пановым и В. И. Феодосьевым [4]. Формула В. И. Феодосьева для частного случая – мембраны со сплошным гофрированием, с целым числом волн и скользящей заделкой на контуре – имеет вид

$$p = \frac{6E\delta}{7r_H^4} \left[ W_0^3 - N_1 h W_0^2 + \left( N_0 h^2 + \frac{56}{9} \cdot \frac{\delta^2}{1-\mu^2} \right) W_0 \right], \quad (3)$$

где  $\mu$  — коэффициент Пуассона;

$N_1, N_0$  — коэффициенты, зависящие от числа гофров  $n$  (табл. 1).

Таблица 1. Таблица зависимости коэффициентов  $N_1, N_0$  от числа гофр.

$n$	2	3	4	5	$\infty$
$N_1$	0,181	0,0663	0,0385	0,0256	0
$N_0$	9,69	9,56	9,47	9,43	9,33

### Моделирование функциональной зависимости характеристик

Так как величина давления является заданной, погрешность работы мембраны будет определяться только ее полученной жесткостью  $Z_0$ , которую можно представить в виде

$$Z_0 = \frac{E \cdot \delta}{r_H^4} \left( W_0^3 - N_1 h W_0^2 + \left( N_0 h^2 + \frac{56}{9} \cdot \frac{\delta^2}{1-\mu^2} \right) W_0 \right)$$

Формула (3) выведена В. И. Феодосьевым для мембран с мелким гофрированием без краевого гофра и без учета ряда конструктивных особенностей. Таким образом, она может быть принята для установления качественных зависимостей при изменении интересующих нас факторов в связи с анализом погрешностей изготовления таких мембран.

Пользуясь принятым методом исследования погрешностей [1], возьмем частные производные по независимым переменным, представляющим интересующие нас факторы, т. е. определим

$$\frac{\partial z}{\partial W_0}; \frac{\partial z}{\partial E}; \frac{\partial z}{\partial \delta}; \frac{\partial z}{\partial r_H}; \frac{\partial z}{\partial h};$$

$$\frac{\partial z}{\partial W_0} = \frac{6E\delta}{7r_H^4} \left[ 3W_0^2 - 2N_1hW_0 + \left( N_0h^2 + \frac{56}{9} \cdot \frac{\delta^2}{1-\mu^2} \right) \right]; \quad (4)$$

$$\frac{\partial z}{\partial E} = \frac{6\delta}{7r_H^4} \left[ W_0^3 - N_1hW_0^2 + \left( N_0h^2 + \frac{56}{9} \cdot \frac{\delta^2}{1-\mu^2} \right) W_0 \right]; \quad (5)$$

$$\frac{\partial z}{\partial \delta} = \frac{6E}{7r_H^4} \left[ W_0^3 - N_1hW_0^2 + \left( N_0h^2 + \frac{56}{9} \cdot \frac{3\delta^2}{1-\mu^2} \right) W_0 \right]; \quad (6)$$

$$\frac{\partial z}{\partial r_H} = -\frac{4 \cdot 6E\delta}{7r_H^5} \left[ W_0^3 - N_1hW_0^2 + \left( N_0h^2 + \frac{56}{9} \cdot \frac{\delta^2}{1-\mu^2} \right) W_0 \right]; \quad (7)$$

$$\frac{\partial z}{\partial h} = \frac{6E\delta}{7r_H^4} (-N_1W_0^2 + 2N_0W_0). \quad (8)$$

Заменяя частное дифференцирование методом относительной точности, имеем

$$(\Delta Z_0)_{W=Z_0} = Z_0 \left[ 3W_0^2 - 2N_1hW_0 + \left( N_0h^2 + \frac{56}{9} \cdot \frac{\delta^2}{1-\mu^2} \right) \right]; \quad (9)$$

$$(\Delta Z_0)_E = Z_0 \left( \left[ W_0^3 - N_1hW_0^2 + \left( N_0h^2 + \frac{56}{9} \cdot \frac{\delta^2}{1-\mu^2} \right) \right] + \frac{\Delta E}{E} \right); \quad (10)$$

$$(\Delta Z_0)_\delta = Z_0 \left( \left[ W_0^3 - N_1hW_0^2 + \left( N_0h^2 + \frac{56}{9} \cdot \frac{3\delta^2}{1-\mu^2} \right) \right] + \frac{\Delta \delta}{\delta} \right); \quad (11)$$

$$(\Delta Z_0)_r = Z_0 \left( \left[ W_0^3 - N_1hW_0^2 + \left( N_0h^2 + \frac{56}{9} \cdot \frac{3\delta^2}{1-\mu^2} \right) \right] + \frac{\Delta r_H}{r_H} \right); \quad (12)$$

$$(\Delta Z_0)_h = Z_0 \left( \left[ -N_1W_0^2 + 2N_0W_0 \right] + \frac{\Delta h}{h} \right). \quad (13)$$

Этими формулами находим зависимость между прогибом и всеми интересующими нас факторами, как более простым методом без частного дифференцирования, что значительно упрощает расчет.

На основе разработанной модели функциональной зависимости параметров специальных упругих элементов может быть разработано оборудование для контроля упругих элементов, типа мембран и сильфонов на стадии их изготовления.

При дальнейшем рассмотрении мы будем учитывать только три основных фактора:  $\delta$ ;  $E$ ;  $h$ . Радиус мембраны, хотя и входит в уравнение в четвертой степени, мало влияет на изменение прогиба, так как его колебания относительно невелики.

## **Выводы**

Разработанная методика анализа точности мембран позволяет уже на стадии проектирования таких элементов проводить определенное управление качеством процесса их изготовления, а точность таких деталей является ключевой для приборов авиастроения и систем управления сложными объектами. Также изложенный метод может быть использован для дальнейшего изучения и развития управления качеством изготовления упругих элементов приборов.

## **Литература**

1. Румбешта В. О. Основы технології складання приладів: Підручник. – К.: ІСДО, 1993. – 303 с.
2. Гаврилов А. Н. Технология авиационного приборостроения. – М: Оборонгиз, 1962. – 467 с.
3. Остафьев В. О. Технологические процессы изготовления деталей приборов. / В. О. Остафьев, В. А. Держук, В. О. Румбешта. – К.: Высшая школа, 1983. – 207 с.
4. Панов Д. Ю. О равновесии и потере устойчивости пологих оболочек при больших прогибах / Д. Ю. Панов, В. И. Феодосьев. – М.: ПММ, 1948. – Т. X. – С. 389 – 406.
5. Бауэр С. М. О потере устойчивости симметричных форм равновесия круглых пластин под действием нормального давления / С. М. Бауэр, Е. Б. Воронкова, А. А. Романова // Вестн. С.-Петербург. Ун-та. Серия «Математика. Механика. Астрономия». – 2012. – Вып.1. – С. 80 – 85.

*Надійшла до редакції  
28 вересня 2015 року*

© Савченко С. В, Румбешта В. О., Ламтев Н. Н., 2015