

## **Висновки**

Таким чином, розроблені метод та система контролю демпфуючих властивостей дозволяють визначати такі демпфуючі характеристики матеріалів як логарифмічний декремент коливань, добротність, а також такі базові характеристики як модуль пружності та швидкість звуку. Перспектива подальших наукових досліджень полягає в використанні розробленої системи для вирішення матеріалознавчих задач при створенні нових інструментальних та конструкційних матеріалів, а також для контролю деталей, що працюють в складних вібраційних умовах та в умовах циклічних навантажень.

## **Література**

1. Фавстов Ю. К. *Металловедение высокодемпфирующих сплавов* / Ю. К. Фавстов, Ю. Н. Шульга, А. Г. Рахштадт. – М.: *Металлургия*, 1980. – 272 с.
2. Martinec G. Determination of Poisson's Ratio from Flexural Resonant Frequencies of Thick Disks. *J. of Sound and Vibration*, 2, 1965, p. 116-127.
3. Глаговский Б. А. *Контрольно-измерительные приборы и основы автоматизации производства абразивных инструментов: Учеб. пособие для машиностроит. техникум* / Б. А. Глаговский, Г. Ш. Ройтштейн, В. А. Яшин. – Л.: *Машиностроение*, Ленингр. отд-ние, 1980. – 278 с.
4. Application of acoustic methods for the monitoring of products made of hard alloys / L. M. Devin, V. P. Bondarenko, A. A. Osadchyi, T. V. Nimchenko // *Materials Science*, 45 (3), pp. 392-398
5. Девин Л. Н. Повышение эксплуатационных характеристик резцов из КНБ путем увеличения их демпфирующих свойств / Л. Н. Девин, А. А. Осадчий // *Сверхтвердые материалы*. – 2012. – № 5. – С. 62 – 71.
6. Шевченко А. Д. Новый материал с высокой демпфирующей способностью / А. Д. Шевченко, А. А. Шульженко // *Физика и техника высоких давлений*. – 1991. – том 1. – № 3 – С. 26 – 31.
7. Исследование демпфирующих свойств материалов на основе МАХ фазы  $Ti_3AlC_2$  / А. В. Старостина, Т. А. Прихна, А. А. Осадчий, и др. // *Проблемы современного физического материаловедения*. – 2011. – № 20. – С. 73 – 79.

*Надійшла до редакції  
07 травня 2015 року*

© Осадчий О. А., Гончар В. В., 2015

УДК 620.179.14

## **ЗАСАДИ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОСТОРОВОЇ ПОХИБКИ**

### **ДЛЯ ВЕРСТАТІВ З CNC**

(Частина 2)

*Скицюк В. І.*

*Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут»,  
м. Київ, Україна*

*У попередній низці статей [1, 2, 3] вже розглядалися точка, крапка та риска як технологічні елементи впливу на загальну точність реалізації виробу. Було показано, яким чином утворюється геометрія цих елементарних фігур та який вплив вони мають як елементи*

відліку координат та розмірів. У статті [1] продовженні було показано, яким чином утворюються поля похибок у реальних координатних системах. Визначено поняття про уявну координатну систему та її зв'язок з реальною. Показано наявність функції реалізації та її вплив на кінцевий продукт виробництва. Тому у цій статті буде розглянуто фізико-математичне підґрунтя утворення поля похибок та який вплив на нього мають точка, крапка, риска та лінія як елементи формотворення координат.

**Ключові слова:** точка, крапка, риска, лінія, поле похибки, градієнт, дивергенція.

### **Вступ**

При виробництві деталей приладів існує проблема точності виготовлення окремих елементів приладів, які мають велику подовженість [4]. Окрім того, ця проблема виникає у тому випадку, коли на фрезерних столах розташовано багатопозиційне пристосування для виготовлення кількох деталей з однієї установки. Основна причина цього явища є непристайність уявної системи координат CNC та реальної системи координат верстата. Оскільки у попередній статті було розглянуто уявні та реальні координати та функції реалізації, то наразі буде розглядатися математичний опис цієї ситуації. Одночасно з цим розглядається вплив точки, крапки, риски на визначення координат у просторовій похибці.

### **Постановка задачі.**

Оскільки у попередніх статтях [1, 2, 3] було розглянуто основні складові координатних систем різних елементів орієнтації у просторі як допоміжних елементів, то у цій статті розглядається їх математичне підґрунтя. Наразі, всі елементи координат знаходяться у взаємодії, а тому повинні мати фізико-математичний опис через польові структури. Особливістю цього опису є те, що кожний елемент є носієм тієї чи іншої похибки. З [3] ми маємо виділити такі елементи просторової орієнтації: точка, крапка, риска, лінія. Для того, щоб спростити подальші математичні розвідки, приймемо низку спрощень для позначення функцій орієнтації.

Для точки приймаємо функцію  $T_0(x, y, z)$ , або для спрощення  $T_0$ .

Для крапки приймаємо функцію  $K_0(x, y, z, \sqrt{2S}, t)$ , або для спрощення  $K_0$ .

Для риски приймаємо функцію  $L_0(x, y, z, \sqrt{2S}, t, dl)$ , або для спрощення  $L_0$ .

Для лінії приймаємо функцію  $L = \int_A^B L_0(x, y, z, \sqrt{2S}, t) dl$ , або для спрощення  $L$ .

Користуючись цими позначками покажемо зв'язок між уявною та реальною системами координат.

### **Загальні властивості координат**

Отже, у авторській роботі [1] було показано, що ми маємо дві системи координат – уявну та реальну. Наразі почнемо з уявної, оскільки вона являє собою ідеальну систему, відносно якої будується реальна. Таким чином, уявна система координат  $U(x, y, z, t)$ , де похибка або потенціал похибки у будь-якій точці її простору дорівнює нулю, тобто  $\varphi_U(x, y, z, t) = 0$ . Оскільки в уявній системі будь-

які похибки відсутні, то для неї будуть справедливими наступні залежності, які надають опис уявного (ідеального) поля. Оскільки потенціал похибки у всіх точках об'єму дорівнює нулю, то градієнт похибки буде теж дорівнювати нулю

$$\text{grad}\varphi_U(x, y, z, t) = 0. \quad (1)$$

У цьому випадку, як наслідок, напруга похибки  $U(P)$  буде теж дорівнювати нулю, тобто

$$U(P) = 0. \quad (2)$$

Звідки

$$\text{div}U(P) = 0 \text{ та } \text{rot}U(P) = 0. \quad (3)$$

Продовжуючи дослідження цього питання необхідно звернути увагу на величину  $\sigma$ . У роботі [3] було показано на її величину, тобто  $\sqrt{2S}$ , як універсальну, яка зв'язує процес вимірювання з параметрами об'єкта. У будь-якому випадку вимірювання ця величина є характеристикою системи вимірювання і є стабільною по всій системі координат та визначає дуальність поверхні ( $D$ ). Використовуючи цю властивість можемо вважати її як відносну метрологічну величину. Наразі нам знадобляться наступні варіанти позначок та відповідного тлумачення цієї величини у її співвідношенні до довжини, площі та об'єму.

$\sigma^0$  – похибка, яку вносить визначення точки як фізичного об'єкту, тобто аналог величини  $\sigma^3$ , всередині якої знаходиться уявна точка;

$\sigma^1$  – лінійна похибка реальної системи координат;

$\sigma^2$  – площинна похибка реальної системи координат;

$\sigma^3$  – об'ємна похибка реальної системи координат.

Необхідно, також, зауважити, що уявна функція є силова і її взаємодія з реальним простором завжди супроводжується низкою спотворень у реальній системі координат. Отже, ми отримуємо низку математичних переходів з уявної до реальної системи координат.

Точка, розташована у такому просторі, може бути лише початком якогось відліку, тому їй характерні всі особливості уявної системи координат, тобто:

$$\varphi(T_0) = 0, \quad \text{div}T_0 = 0, \quad \text{rot}T_0 = 0. \quad (4)$$

Наразі ці залежності (4) пояснюються відсутністю поля похибок. Тобто, у широкому розумінні подібної ситуації є те, що навіть бажаючи помилитися, це зробити неможливо, хіба що обрати хибну систему координат, а отже не працює жодна з теорій вірогідності.

Перед тим, як розглянути реальну систему координат розглянемо складові потенціалу похибки, а саме:

$$\varphi_k = \frac{\sum \sigma^0}{\mu \cdot r} + \int_L \frac{\sigma^1 dl}{\mu \cdot r} + \int_S \frac{\sigma^2 dS}{\mu \cdot r} + \int_W \frac{\sigma^3 dW}{\mu \cdot r}, \quad (5)$$

де  $\sum \sigma^0$  – потужність концентратора похибки (точка),  $\sigma^1$  – лінійна потужність похибки,  $\sigma^2$  – площинна потужність похибки,  $\sigma^3$  – об'ємна потужність похибки,  $\mu_k$  – координатна проникність похибки,  $r$  – відстань від концентратора похибки.

Отже, потенціал похибки складається з чотирьох компонент.

Перша компонента – це статична похибка, яка є повністю залежна від вибору координат у координатній системі похибок.

Друга складова є похибка лінійного розподілу похибки при обході контуру, наприклад при фрезерних роботах (фрезерування по контуру). Ця складова характерна для риски та лінії як елементу виміру.

Третя складова є функція розподілу похибки по площині (рис. 1, а) [1].

Четверта складова похибки являє собою об’ємну похибку (рис. 1, б) [1], яка характерна для крапки як об’ємного елементу.

Для реальної системи координат всі ці похибки є реальними і існують у дійсності, тому що існує кінцева точність виконання і кінцева точність вимірювання. Оскільки будь-яка кінцева точність спирається на векторну величину  $\sqrt{2\bar{S}}$  то всі вісі уявної системи координат розташовані таким чином, що вони не виходять за межі циліндричної поверхні вісей реальної поверхні, які мають діаметр  $\sqrt{2\bar{S}}$ .

За таких умов векторна система уявної системи координат, розташована всередині векторної системи реальних координат, буде мати розходження, тобто для лінії:

$$\vec{R}_K - U_K \leq \sqrt{2\bar{S}}. \quad (6)$$

У такому випадку вся реальна система координат має статичну похибку розташування відносно уявної, тобто:

$$O_R - O_U \leq \sqrt{2\bar{S}}, \quad X_R - X_U \leq \sqrt{2\bar{S}}, \quad Y_R - Y_U \leq \sqrt{2\bar{S}}, \quad Z_U - Z_R \leq \sqrt{2\bar{S}}. \quad (7)$$

Розглянемо, що являє собою величина  $\sqrt{2\bar{S}}$ , яка була виведена у [3]. Для цього зробимо низку перетворень величини  $S$ . Отже, з [3, 4] маємо

$$S = (t_T V_P)^2, \quad (8)$$

$$V_P = i \frac{\partial V_P}{\partial x} + j \frac{\partial V_P}{\partial y} + k \frac{\partial V_P}{\partial z} = \text{grad} V_P = \nabla V_P. \quad (9)$$

Для вищої категорії відчутників величина  $t_T$  може змінюватися в залежності від необхідності по координаті та часу.

$$\begin{aligned} t_{T(x,y,z,T_T)} &= i \frac{\partial T_T}{\partial t_x} + j \frac{\partial T_T}{\partial t_y} + k \frac{\partial T_T}{\partial t_z} + i \frac{\partial t_T}{\partial x} + j \frac{\partial t_T}{\partial y} + k \frac{\partial t_T}{\partial z} = \\ &= \text{grad} T_T + \text{grad} t_T = \nabla T_T + \nabla t_T \end{aligned} \quad (10)$$

де  $T_T$  – загальний час чутника на «вхід-вихід» у процесі торкання. Час  $T_T$  є складною функцією, яка притаманна системі визначення не тільки координати об’єкту у просторі, але і у будь-якому іншому технологічному процесі. Ця функція може бути залежна від координати. Підставляючи (9) та (10) у  $\sqrt{2\bar{S}}$ , отримуємо:

$$S = [(\nabla T_T + \nabla t_T) \nabla V_P]^2, \quad (11)$$

$$\sqrt{2\bar{S}} = \sqrt{2[(\nabla T_T + \nabla t_T) \nabla V_P]^2}, \quad (12)$$

або для звичайних відчутників

$$\sqrt{2\bar{S}} = \sqrt{2(\nabla_{t_T} \nabla V_P)^2}.$$

За своєю фізичною сутністю  $\sqrt{2\bar{S}}$  є довжина пробігу відчутника для визначення координати з швидкістю  $\vec{V}_P$  за час  $t_T$  [3]. Але для реєстрації відчутник повинен відчувати об'єм, який він уявно або реально руйнує, тобто маємо  $S\sqrt{2\bar{S}}$ . При цьому при визначенні координати  $\sqrt{2\bar{S}}$  використовується як нормальний вектор до поверхні. Величина  $\sqrt{2\bar{S}}$  є вектор, який обертається всередині крапки і визначає її параметри точності, тобто

$$\text{rot}K_0 = 2\omega. \quad (13)$$

Окрім того, для крапки існує два варіанти дивергенції. Причина цього явища криється у тому, що крапка, як реальний об'єкт, вносить у простір відповідні спотворення. Ці спотворення похибки  $P_K$  є наслідком внутрішнього спотворення для лінійного об'єкту як такого, тобто

$$P_K = nD, \quad (14)$$

де  $D$  – дуальність поверхні об'єкту,  $n=1, 2, 3, \dots, \infty$ .

Оскільки крапка подовженості не має  $n=1$  то  $P_K = D$ . Якщо крапка є елементом початку відліку, то дуальність дорівнює діаметру крапки, тобто  $D = \sqrt{2\bar{S}}$ . У випадку, якщо крапка є кінцевою координатою відліку то  $D = 2\sqrt{2\bar{S}}$ . Відповідно дивергенція крапки початку відліку як джерела похибки

$$\text{div}K_0^+ = 6 \quad (15)$$

і кінця відліку як поглиначка похибки

$$\text{div}K_0^- = -3. \quad (16)$$

Розгляд впливу дивергенції витоку  $K_0^+$  та стоку  $K_0^-$  крапки на точність доводить, що вплив нуля відліку мінімум у двічі більший, ніж похибка кінцевої координати.

Схожі властивості притаманні рисці, як об'єкту початку та кінця відліку. Для визначення її властивостей необхідно визначитися з довжиною лінійного об'єкту. Наразі, через дві крапки можна провести безліч ліній і лише одну пряму. Усі інші будуть кривими. Тому, для того, щоб визначитись з прямою у просторі, необхідно мати мінімум три крапки, розташування яких у просторі задовольняє характеристичному рівнянню прямої. Оскільки ми спираємось на три крапки, які щільно укладені в одну лінію, то мінімальна довжина риски буде  $3\sqrt{2\bar{S}}$  при діаметрі  $\sqrt{2\bar{S}}$ .

Для риски кінця відліку це буде діаметр  $2\sqrt{2\bar{S}}$  при довжині  $6\sqrt{2\bar{S}}$ . У такому разі дивергенція риски як витоку похибки координати буде

$$\text{div}\Lambda_0^+ = 4 \quad (17)$$

і для кінця відліку

$$\text{div}\Lambda_0^- = -2. \quad (18)$$

Якщо ми прийнемо, що лінія являє низку крапок у визначеній просторовій послідовності, то при визначеному діаметрі у  $\sqrt{2S}$  або  $2\sqrt{2S}$  її довжина повинна складати  $L^+ = n\sqrt{2S}$  або  $L^- = 2n\sqrt{2S}$ . У такому випадку дивергенція буде складати для початку відліку

$$\text{div}L^+ = 4 \tag{19}$$

і для кінцевої координати

$$\text{div}L^- = -1. \tag{20}$$

Якщо у якості початку та закінчення відліку береться площина, то для початкової площини

$$\text{div}S^+ = 1, \tag{21}$$

а для площини закінчення відліку

$$\text{div}S^- = -2. \tag{22}$$

Отже, можна стверджувати, що будь-який об'єкт, що потрапив до системи координат, вносить у її простір відповідну похибку та низку спотворень. Ці спотворення можуть мати як позитивний так і негативний характер. Так, наприклад, плитка Йогансона, яка вноситься у робочий простір верстата, має позитивний вплив на реальну систему координат і негативну на його уявну.

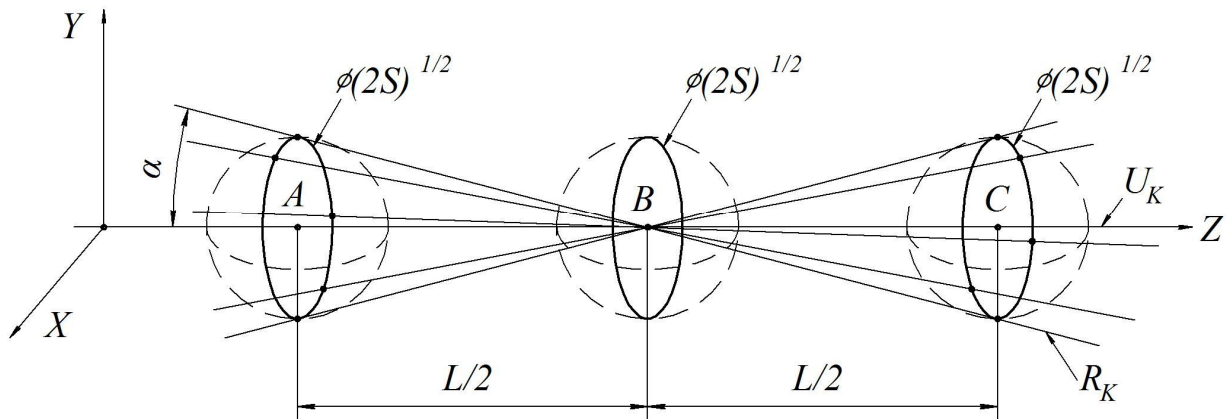


Рис. 1. Процес утворення лінії відліку координат

На останок цього розгляду звернемося до лінії як елементу відліку. Риска, як елемент відліку, занадто коротка, щоб сприймати її як координатну вісь, а тому розглянемо утворення лінії більш достеменно (рис. 1). Оскільки риску було означено як три поєднані крапки без щілини, то лінія – це низка крапок, поєднана в одне ціле. У нашому випадку як до вісі координат маємо висунути більш суворі вимоги. Для цього обираємо три крапки на будь-які координатні вісі (наразі Z) уявної ( $U_k$ ) системи пристайної до реальної ( $R_k$ ). При цьому, якщо уявну вісь  $U_k$  ми маємо можливість провести лише одну, то реальних може бути

проведено нескінченна кількість. Наразі, це будуть прямі, які опираються на кола  $A$  та  $C$ , тобто вони при своєму русі утворюють однопорожній гіперболоїд, тобто [4]

$$\frac{X^2}{\sqrt{2S}} + \frac{Y^2}{\sqrt{2S}} - \frac{Z^2}{L^2} = 1. \quad (23)$$

Наразі він може утворюватися двома типами ліній, які його утворюють:

$$\text{I тип. } \frac{X}{\sqrt{2S}} + \frac{Z}{L} = \sqrt{2S} \left( 1 + \frac{Y}{\sqrt{2S}} \right), \quad \sqrt{2S} \left( \frac{X}{\sqrt{2S}} - \frac{Z}{L} \right) = 1 - \frac{Y}{\sqrt{2S}}; \quad (24)$$

$$\text{II тип. } \frac{X}{\sqrt{2S}} + \frac{Z}{L} = \sqrt{2S} \left( 1 - \frac{Y}{\sqrt{2S}} \right), \quad \sqrt{2S} \left( \frac{X}{\sqrt{2S}} - \frac{Z}{L} \right) = 1 + \frac{Y}{\sqrt{2S}}. \quad (25)$$

Це просторове утворення має два межових випадки.

У першому – це утворення двох просторових конусів (рис. 1) за наступним математичним описом [4]

$$\frac{X^2}{(\sqrt{2S})^2} + \frac{Y^2}{(\sqrt{2S})^2} - \frac{Z^2}{L^2} = \pm 1. \quad (26)$$

У другому випадку це циліндр довжиною  $L$  та діаметром  $\sqrt{2S}$ , тобто

$$\frac{X^2}{(\sqrt{2S})^2} + \frac{Y^2}{(\sqrt{2S})^2} = 1. \quad (27)$$

Таким чином з цього розгляду необхідно зробити два вагомих зауваження, а саме: по-перше, нас найбільше влаштовує циліндр (27) як основа системи відліку. У такому випадку маємо визначену похибку нуля відліку для перпендикулярної координати; по-друге – характеристики гіперболічного конуса (23, 24, 25), які дають розходження за рахунок кута  $\alpha$  можна значно зменшити щоб уникнути ситуації (27), яка характерна для коротких відтинків. Для координатної системи необхідно розсувати крапки  $A$  та  $C$  на максимальну відстань, тобто крапка  $A$  повинна співпадати з початком координатної системи, а крапка  $C$  – з її кінцем. У такому разі у таких крапках як  $B$  вісь не буде зникати, тобто виходити за межі чутливості чутника координат.

## **Висновки**

Внаслідок досліджень польових структур похибок, які вносять у вимірювання точка, крапка, риска та лінія, показано їх властивості до спотворення простору вимірювання і, як наслідок, вплив на можливі похибки. Наступне дослідження повинно показати, яким чином відбувається вплив вище означених елементів у реальній системі координат.

## **Література**

1. Скицюк В. І. Засади моделювання просторової похибки для верстатів з CNC (Частина 1) / В. І. Скицюк // Вісник НТУУ «КПІ». Серія приладобудування. – 2015. – Вип. 49(1). – С. 127 – 133.
2. Скицюк В. І. Межі застосування rischi як об'єкту налагодження приладу (Частина 2) / В. І. Скицюк, М. А. Вайнтрауб // Вісник НТУУ „КПІ”. Серія приладобудування. – 2009. – Вип. 37. – С. 152 – 161. УДК 620.179.14(088.8)

3. Поняття технологічної крапки (точки) у надточних системах вимірювання / В. І. Скицюк // Вісник НТУУ «КПІ». Серія приладобудування. – 2007. – Вип. 33. – С. 164 – 170. (УДК 621:620.179.14(088.8))
4. Точность производства в машиностроении и приборостроении / под ред. Гаврилова В. М. – М.: Машиностроение, 1973. – 567 с.
5. Бронштейн И. Н. Справочник по математике. / И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев. – М.: Наука, 1967. – 608 с.

*Надійшла до редакції  
29 квітня 2015 року*

© Скицюк В. І., 2015

УДК 621.528

## МОДЕЛИРОВАНИЕ КАЧЕСТВА ИЗГОТОВЛЕНИЯ СПЕЦИАЛЬНЫХ УПРУГИХ ЭЛЕМЕНТОВ ТИПА МЕМБРАН И СИЛЬФОНОВ

*Савченко С. В., Румбешта В. О., Ламтев Н. Н.*

*Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт»,  
г. Киев, Украина*

*E-mail: [savchenko0102@ukr.net](mailto:savchenko0102@ukr.net)*

*Статья содержит анализ факторов влияющих на качественные характеристики специальных упругих элементов, таких как мембраны и сильфоны и определена функциональная зависимость, в которой эти факторы находятся. Также разработана методика анализа точности мембран, которая позволяет уже на стадии проектирования упругих элементов проводить определенное управление качеством процесса их изготовления, так как точность таких деталей является ключевой для приборов авиастроения и систем управления.*

**Ключевые слова:** *качество, упругие элементы, мембрана, параметрическая точность, управление.*

### **Введение**

В приборостроении большое значение имеет параметрическая точность элементов и систем, поскольку современные приборы содержат множество самых разнообразных функциональных и преобразующих устройств, работающих на базе различных физических параметров. Обеспечить физическую взаимозаменяемость любого узла или детали прибора – значит выдержать определенное нужное значение их исходного физического параметра в заданных пределах во всей партии приборов. К таким физическим параметрам относятся, например: упругость или жесткость мембран, рессор, пружин, сильфонов. В то же время все эти выходные параметры элементов прибора, в свою очередь, являются производными целого ряда первичных параметров и характеристик, которыми они находятся в определенной функциональной зависимости. Поэтому такую взаимозаменяемость часто называют также функциональной. Вопрос контроля качества изготовления упругих элементов рассматривается в работах [1, 2, 3], но используемые методы имеют свои недостатки, а именно, сложность