

УДК 531.768

УЧЕТ АНИЗОТРОПИИ МАТЕРИАЛА УПРУГОГО ПОДВЕСА АКСЕЛЕРОМЕТРА НА ПОВЕРХНОСТНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛНАХ

Золотарев Е. А., Бондарь П. М.

Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт»,
г. Киев, Украина

E-mail: pbon43@mail.ru, genja_kv28@mail.ru

Приведены результаты моделирования напряженно деформированного состояния подвеса при действии ускорения на чувствительный элемент микроакселерометра на поверхностных акустических волнах с кварцевой трапецеидальной консолью. Исследованы основные формы собственных колебаний чувствительного элемента с учетом анизотропии материала для ST и YX срезов кварца. Представлена математическая модель для вычисления упругих характеристик кристалла кварца в произвольном направлении. Показана существенная зависимость относительного удлинения оппозитных поверхностей подвеса от типа среза кварца. Моделирование проведено в программном пакете Comsol Multiphysics 4.3b. Полученные результаты могут применяться для оценки чувствительности и определения полосы пропускания микроакселерометра.

Ключевые слова: чувствительный элемент, модуль Юнга, относительное удлинение поверхности, анизотропия, кварц, матрицы жесткости.

Введение

В микромеханических акселерометрах на поверхностных акустических волнах (ПАВ) используются чувствительные элементы (ЧЭ) консольного типа (рис. 1). При действии на инерционную массу 1 ускорений происходит изменение формы трапецеидальной консоли 2, которая преобразуется в электрический сигнал с помощью ПАВ-преобразователей 3, размещенных на ее оппозитных поверхностях. Очевидно, что характер изгиба кварцевой консоли и распределение поверхностных напряжений оказывают непосредственное влияние на характеристики датчика.

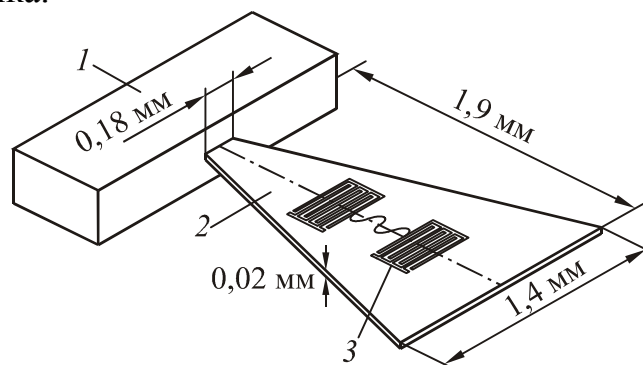


Рис. 1. Чувствительный элемент микроакселерометра на поверхностных акустических волнах

Анализ научных исследований и публикаций

Особенностью кварца как конструкционного материала является анизотропия свойств (в том числе механических) в зависимости от кристаллографиче-

ских направлений, поэтому при проектировании необходима информация о расположении упругого подвеса (используемом типе среза). В противном случае ошибки в расчете деформаций и собственных частот могут оказаться недопустимо большими.

В акустоэлектрических приборах обычно используется ST-срез кварца, который был утвержден разработчиками как промышленно-стандартный срез для устройств с повышенными требованиями к температурной стабильности. Используются и другие срезы кварца, например трехповоротные YX-срезы.

В работах [1, 2] получены расчетные формулы и проведено моделирование внутренних напряжений и относительных деформаций подвеса, возникающих под действием ускорения. Приведенные результаты не учитывают массу самой консоли и анизотропию ее материала.

Цель работы состоит в анализе зависимости упругих деформаций и собственных частот подвеса микроакселерометра от выбранного типа среза кварца с учетом анизотропии упругих свойств материала.

Теоретические исследования

Зависимость между напряжением и деформацией в анизотропной среде определяется обобщенным законом Гука [3]

$$\sigma_{ij} = \sum_{k=1}^3 \sum_{l=1}^3 C_{ijkl} \varepsilon_{kl}, \quad (1)$$

где: C_{ijkl} - второй тензор жесткости, ε_{kl} - деформация и σ_{ij} - напряжение.

Для удобства используем матричный вид записи. Матрица использует симметричные взаимоотношения $\varepsilon_{12} = \varepsilon_{21}$, $\varepsilon_{13} = \varepsilon_{31}$, $\varepsilon_{23} = \varepsilon_{32}$. С введенными упрощениями выражение (1) можно переписать как:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Из матрицы жесткости получается матрица податливости $\mathbf{S} = \mathbf{C}^{-1}$, из которой легко получить основные упругие характеристики материала:

Модуль Юнга	Коэффициент Пуассона	Модуль сдвига
$E_i = 1/S_{11};$	$\nu_{ij} = -S_{12}/S_{11}$	$G_{ij} = C_{44}$
$E_j = 1/S_{22};$	$\nu_{jk} = -S_{23}/S_{22}$	$G_{jk} = C_{55}$
$E_k = 1/S_{33}.$	$\nu_{ik} = -S_{13}/S_{11}$	$G_{ik} = C_{66}$

где: i, j, k – ортогональные оси x, y, z .

Кварц имеет тригональную симметрию класса 3:2, для которой существует шесть независимых упругих коэффициентов жесткости ($C_{11}, C_{12}, C_{13}, C_{14}, C_{33}, C_{44}$). Поэтому матрица жесткости, входящая в (2), имеет вид [3]

$$[C_{ij}] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & 0 & 0 \\ & C_{11} & C_{13} & -C_{14} & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ & & & & C_{44} & C_{14} \\ & & & & & \frac{1}{2}(C_{11} - C_{12}) \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Численные значения элементов матрицы:

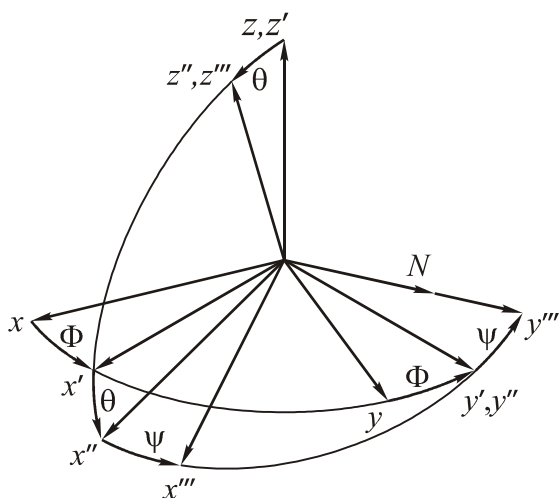


Рис. 2. Кинематический чертеж

Для этого используют углы Эйлера (Φ, Ψ, Θ). Кинематика поворотов изображена на рис. 2, где N – направление распространения волны, а x, y, z – кристаллографические оси [4, 5].

Для выбранной последовательности поворотов матрица направляющих косинусов Q имеет вид

$$Q = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \Phi - \sin \psi \cos \theta \sin \Phi & \cos \psi \sin \Phi + \sin \psi \cos \theta \cos \Phi & \sin \psi \sin \theta \\ -\sin \psi \cos \Phi - \cos \psi \cos \theta \sin \Phi & -\sin \psi \sin \Phi + \cos \psi \cos \theta \cos \Phi & \cos \psi \sin \theta \\ \sin \theta \sin \Phi & -\sin \theta \cos \Phi & \cos \theta \end{bmatrix}.$$

Результаты моделирования

Зависимость модуля Юнга от углового положения осей срезов представлена на рис. 3.

$C_{11}=87.26$ ГПа; $C_{33}=105.8$ ГПа;
 $C_{44}=57.15$ ГПа; $C_{12}=6.57$ ГПа; $C_{13}=11.95$
 ГПа; $C_{14}=-17.18$ ГПа. Плотность кварца
 $\rho=2.646 \cdot 10^3$ кг/м³.

Модуль Юнга и другие параметры могут быть получены для любого среза путем вычисления матрицы жесткости в повернутых координатах.

При повороте тензор жесткости принимает вид:

$$C'_{ijkl} = \sum_{p=1}^3 \sum_{q=1}^3 \sum_{r=1}^3 \sum_{s=1}^3 Q_{pi} Q_{qj} Q_{rk} Q_{sl} C_{pqrs}, \quad (4)$$

где: Q – матрица направляющих косинусов.

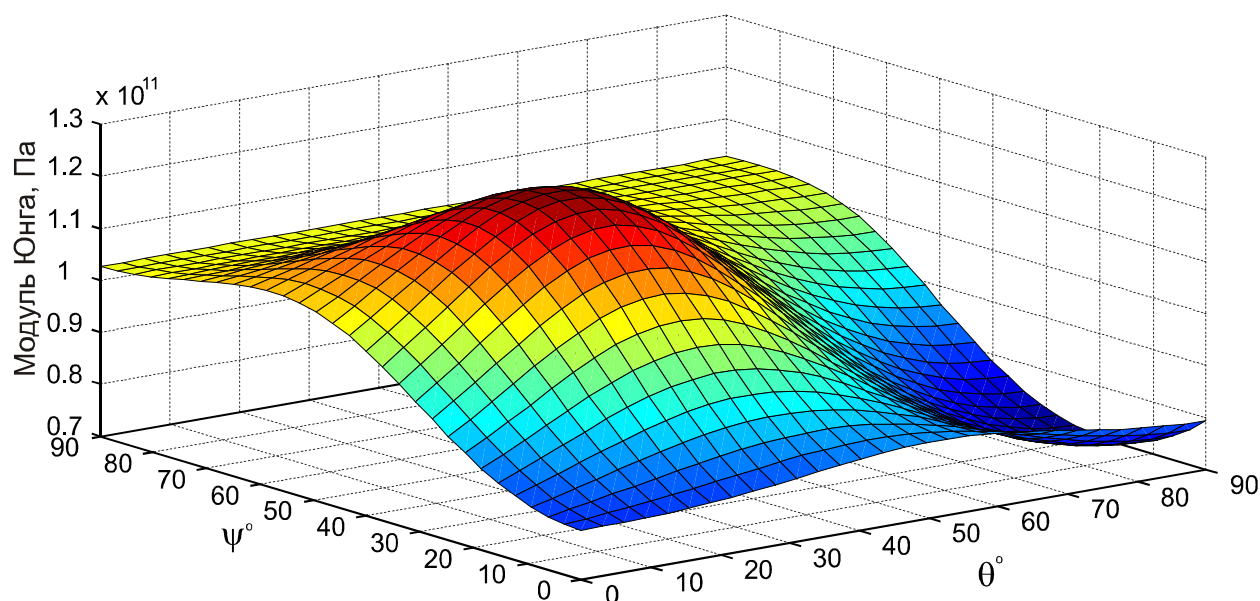


Рис. 3. Модуль Юнга для направления N в зависимости от углов ψ и θ

Угловая ориентация [6] и физические характеристики рассматриваемых ST и YX срезов представлены в таблице 1.

Таблица 1. Основные упругие характеристики срезов кварца

Тип среза кварца	Углы Эйлера			Модуль Юнга, Па		
	Φ	ψ	θ	x''	y''	z''
ST	0	132°45'	0	$1.06 \cdot 10^{11}$	$7.94 \cdot 10^{10}$	$1.05 \cdot 10^{11}$
YX	22,4°	124,3°	-15°	$7.97 \cdot 10^{10}$	$8.42 \cdot 10^{10}$	$1.034 \cdot 10^{11}$
	Коэффициент Пуассона, Па			Модуль сдвига, Па		
	ν_{XY}	ν_{YZ}	ν_{XZ}	G_{XY}	G_{YZ}	G_{XZ}
ST	0.165	0.114	0.057	$4.8 \cdot 10^{10}$	$4.23 \cdot 10^{10}$	$4.94 \cdot 10^{10}$
YX	0.086	0.041	0.139	$5.2 \cdot 10^{10}$	$6.07 \cdot 10^{10}$	$4.18 \cdot 10^{10}$

В программе Comsol Multiphysics была построена 3-х мерная модель ЧЭ акселерометра на ПАВ. Геометрические размеры модели представлены на рис. 1. Для моделирования в программе используется модуль Structural Mechanics Module, позволяющий проводить исследования анизотропных материалов.

На рис. 4 показаны результаты исследования относительного удлинения оппозитных поверхностей YX и ST среза кварца. На рис. 5 и рис. 6 изображены собственные частоты колебаний ЧЭ для ST и YX соответственно.

Выводы

Как видно из приведенных данных, вид среза существенно влияет на жест-

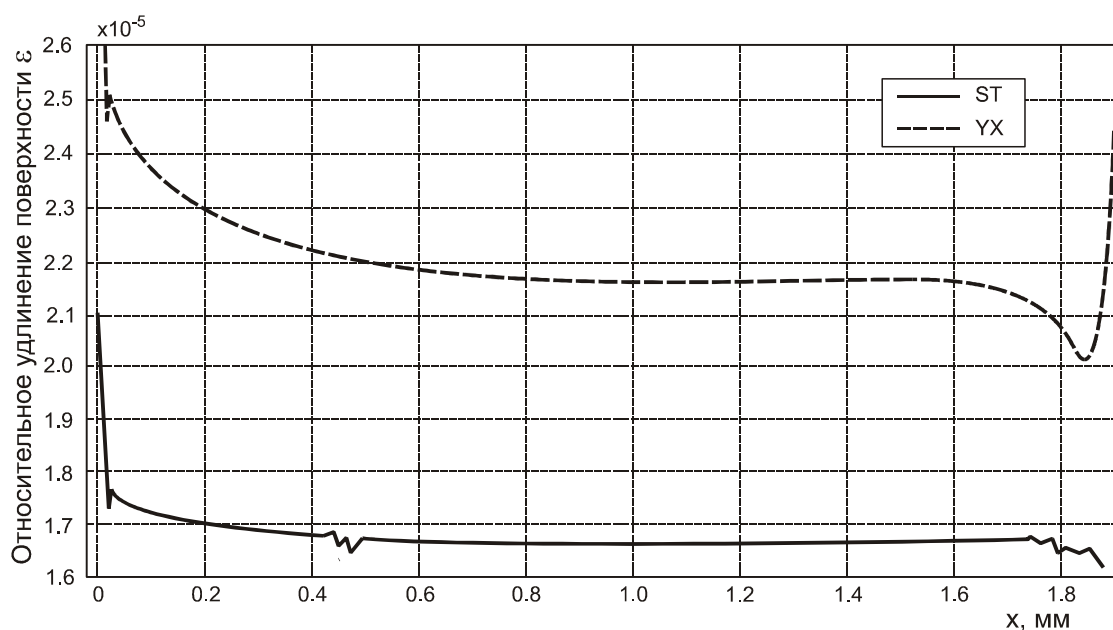


Рис. 4. Относительное удлинение поверхности YX и ST среза кварца

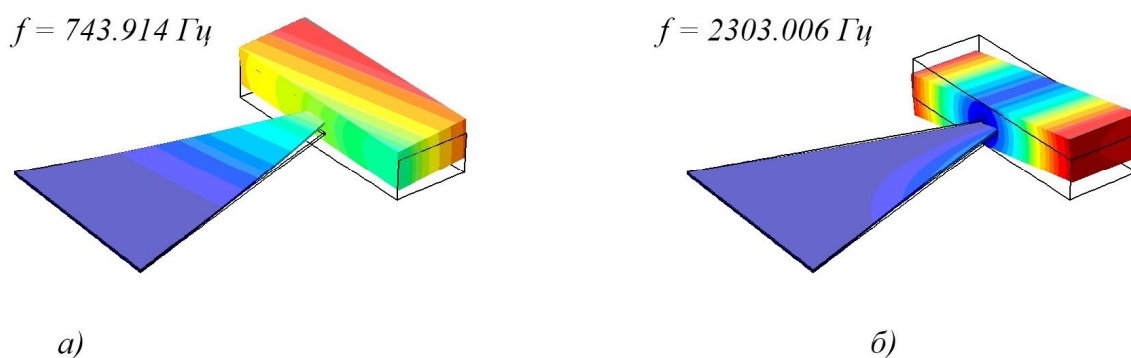


Рис. 5. Собственные частоты колебаний чувствительного элемента с ST – срезом кристалла кварца: а) первая мода колебаний б) вторая мода колебаний

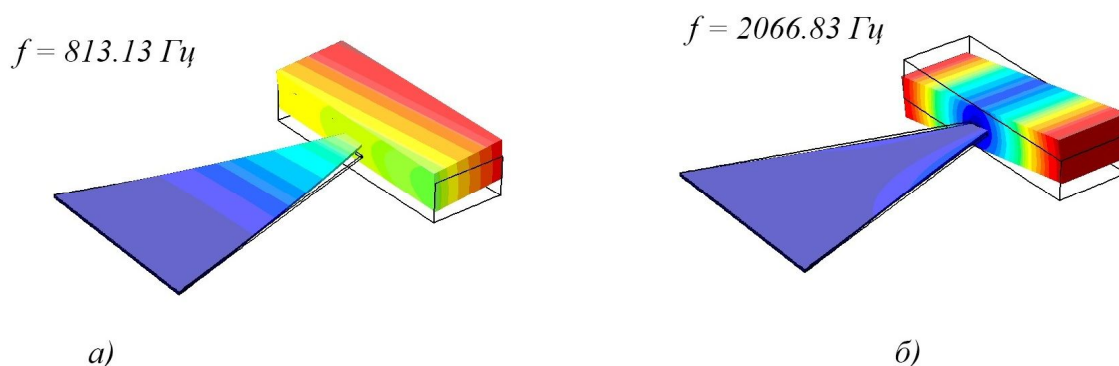


Рис. 6. Собственные частоты колебаний чувствительного элемента с YX – срезом кристалла кварца: а) первая мода колебаний б) вторая мода колебаний

кость и величину собственных частот колебаний подвеса. Так относительная деформация поверхностных слоев на линейном участке для YX-среза больше аналогичной величины для ST-среза в 1,3 раза. При этом длина линейного участка относительной деформации больше у ST-среза. Частота собственных поперечных колебаний для ST-среза на 10% меньше, чем у YX-среза, а частоты крутильных колебаний, наоборот, больше на 10% у подвеса ST-среза.

Полученные результаты могут быть использованы для расчета чувствительности и определения полосы пропускания микроакселерометра.

В дальнейшем планируется провести выбор оптимальной толщины консоли обеспечивающей необходимое значение относительного удлинения поверхностного слоя для обеспечения заданного предела измерений ускорения.

Литература

1. Лукьянов Д. П. Разработка и оптимизация схемы построения микроакселерометра на поверхностных акустических волнах (Часть 1) / Д. П. Лукьянов, М. М. Шевелько, С. Ю. Шевченко и др. // Гироскопия и навигация. – 2005. – №2 (49).
2. Моделирование чувствительных элементов ММА и ММГ на ПАВ в программе ANSYS / Д. П. Лукьянов [и др.] // 65-я научно-техническая конференция профессорско-преподавательского состава университета : сб. докл. студентов, аспирантов и молодых ученых / СПбГЭТУ "ЛЭТИ". - СПб.: Изд-во СПбГЭТУ "ЛЭТИ", 2012. - С. 192-195.
3. Heyliger P. Elastic constants of natural quartz / P. Heyliger, H. Ledbetter, S. Kim. // Acoustical Society of America Journal. – 2003. – №114. – С. 644–650.
4. Зеленка И. Пьезоэлектрические резонаторы на объемных и поверхностных акустических волнах: Материалы, технология, конструкция, применения: Пер. с чешск. / И. Зеленка. - М.: Мир, 1990. - 584 с.
5. Смагин А. Г. Пьезоэлектричество кварца и кварцевые резонаторы / А. Г. Смагин, М. И. Ярославский. – М.: Энергия, 1970. – 488 с.
6. Бальшева О. Л. Материалы для акустоэлектронных устройств: учеб. пособие / О. Л. Бальшева. ГУАП. – СПб., 2005. – 50 с.

*Надійшла до редакції
24 липня 2015 року*

© Золотарьов Є. А., Бондар П. М., 2015

УДК 531.76

ОБ ОДНОМ АЛГОРИТМЕ БИСО, МИНИМИЗИРУЮЩЕМ ДРЕЙФ ПОГРЕШНОСТИ ЧИСЛЕННОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ

Лазарев Ю. Ф., Мураховский С. А.

*Национальный технический университет Украины "Киевский политехнический институт",
г. Киев, Украина*

E-mail: serge17@ua.fm

Рассматриваются вопросы точности алгоритмов численного интегрирования уравнений ориентации. Проведен сравнительный анализ известных алгоритмов, а также их коррекция.

Предложен новый алгоритм повышенной точности.