

УДК 629.1.05

## ГИРОСКОП НАПРАВЛЕНИЯ СО СПУТНИКОВОЙ КОРРЕКЦИЕЙ

Мелешко В. В., Мураховский С. А.

Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт»,  
г. Киев, Украина

E-mail: [mvv44@mail.ru](mailto:mvv44@mail.ru)

*В авиации, на наземном транспорте давно используется гироскоп направления (ГН). Он может быть модернизирован за счет создания интегрально-позиционной горизонтальной коррекции. При этом открываются возможности использования для коррекции ГН массового приемника спутниковой навигационной системы, который может определить северную и восточную скорости движения объекта. Для формирования сигналов коррекции используется фильтр Калмана, оценивающий как угловые ошибки ГН, так и ошибки определения северной составляющей скорости, а также систематические и случайные ошибки гироскопа и акселерометра горизонтальной коррекции. В результате коррекции по полученным оценкам достигается точность в единицы угловых минут. Аналогично может выполняться коррекция в инерциальной навигационной системе.*

**Ключевые слова:** гироскоп направления, спутниковая навигационная система, фильтр Калмана, коррекция, инерциальная навигационная система.

### Вступление

В настоящее время широко используются спутниковые навигационные системы (СНС). Однако их недостатком является незащищенность от помех, в том числе и специально созданных. Гироскопические приборы являются автономными, помехозащищенными. Однако в автономном режиме они имеют уходы как инструментальные, так и методические.

В статье рассматриваются возможности использования для коррекции гироскоп направления ГН массового приемника СНС, который может определить северную и восточную скорости движения объекта.

В контур горизонтальной коррекции ГН включен интегратор [1,2]. Такая система горизонтальной коррекции, как и в инерциальных системах, дает возможность получить информацию о составляющей скорости движения объекта в направлении оси кинетического момента, направленной в результате начальной выставки [3] на север.

Сравнивая показания горизонтального канала с данными СНС, можно, как и в интегрированных навигационных системах, получить существенное повышение точности определения курса объекта.

### Уравнения движения прибора

Для составления уравнений используем системы координат (рис. 1):

- земная географическая опорная система координат  $\xi\eta\zeta$ : ось  $\xi$  направлена на восток, ось  $\eta$  на север, ось  $\zeta$  – по вертикали,
- связанная с кожухом гироскопа система координат  $xуz$ .

Угловые скорости сопровождающего трехгранника имеют вид:

$$\omega_{\xi} = -\frac{v_N}{R}; \quad \omega_{\eta} = u \cos \varphi + \frac{v_E}{R} = (u + \dot{\lambda}) \cos \varphi;$$

$$\omega_{\zeta} = u \sin \varphi + \frac{v_E}{R} \operatorname{tg} \varphi = (u + \dot{\lambda}) \sin \varphi; \quad \dot{\lambda} = (v_E / R \cos \varphi),$$

где  $v_N$  – северная составляющая скорости;  $R$  – радиус Земли;  $u$  – угловая скорость вращения Земли;  $\varphi$  – широта;  $v_E$  – восточная составляющая скорости.

Положение гиromотора (связанной с ним системы координат  $xuz$ ) относительно сопровождающего трехгранника зададим углами  $\gamma$  и  $\beta$  (рис. 1), соответствующими ошибкам прибора.

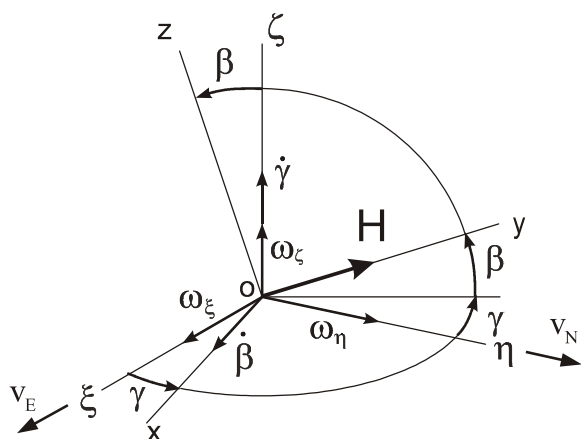


Рис. 1. Углы поворота гиromотора  $H$  - кинетический момент)

Пользуясь рис. 1, запишем уравнения движения гироскопа направления:

$$\dot{\beta} = \omega_x^k + \omega_{dx} - \omega_{\eta} \gamma - \omega_{\xi},$$

$$\dot{\gamma} = \omega_z^k + \omega_{dz} + \omega_{\eta} \beta - \omega_{\zeta}, \quad (1)$$

где  $\omega_x^k, \omega_z^k$  – угловые скорости коррекции;  $\omega_{dx}, \omega_{dz}$  – угловые скорости уходов гироскопа.

Уравнение погрешности измерения скорости при движении без ускорения:  $\delta \dot{v}_N = g\beta + \delta a_N$ , где  $g$  – ускорение силы тяжести,  $\delta a_N$  – ошибка акселерометра.

Схема прибора со спутниковой коррекцией показана на рис. 2.

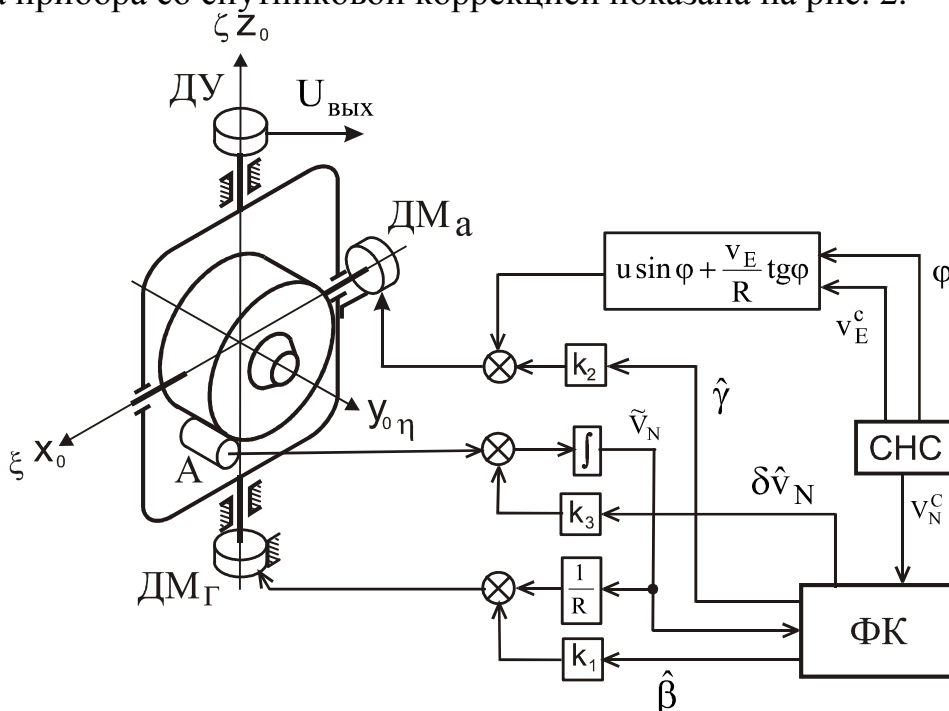


Рис. 2. Гироскоп направления с фильтром Калмана в системе коррекции по СНС

С учетом управляющих воздействий, компенсации угловых скоростей сопровождающего трехгранника  $\omega_\xi$  и  $\omega_\zeta$  угловыми скоростями коррекции  $\omega_x^k$  и  $\omega_z^k$  соответственно, полная система уравнений прибора имеет вид

$$\begin{aligned} \dot{\beta} &= -\omega_\eta \gamma - \delta v_N / R + \omega_{dx}^c + \omega_{dx}^{cl} + k_1 \hat{\beta}; \\ \dot{\gamma} &= \omega_\eta \beta + \omega_{dz}^c + \omega_{dz}^{cl} + k_2 \hat{\gamma}; \\ \delta \dot{v}_N &= g\beta + \delta a_N^c + \delta a_N^{cl} + k_3 \delta \hat{v}_N; \\ \dot{\omega}_{dx}^c &= 0; \\ \dot{\omega}_{dx}^{cl} &= -\mu_x \omega_{dx}^{cl} + \sqrt{2\sigma_x^2 \mu_x} \cdot w_1; \\ \dot{\omega}_{dz}^c &= 0; \\ \dot{\omega}_{dz}^{cl} &= -\mu_z \omega_{dz}^{cl} + \sqrt{2\sigma_z^2 \mu_z} \cdot w_2; \\ \delta \dot{a}_N^c &= 0; \\ \delta \dot{a}_N^{cl} &= -\mu_a \delta a_N^{cl} + \sqrt{2\sigma_a^2 \mu_a} \cdot w_3. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь  $\delta v_N$  – погрешность измерений северной составляющей скорости;  $R$  – радиус Земли;  $\omega_{dz}^c$  и  $\omega_{dx}^c$  – систематические составляющие ухода гироскопа по осям  $x$  и  $z$ ;  $\omega_{dx}^{cl}$  и  $\omega_{dz}^{cl}$  – случайные составляющие ухода гироскопа по осям  $x$  и  $z$ ;  $\delta a_N^c$  – систематическая составляющая ошибки акселерометра;  $\delta a_N^{cl}$  – случайная составляющая ошибки акселерометра. В пятом, седьмом и девятом уравнениях (формирующих фильтрах)  $\mu_x$ ,  $\mu_z$ ,  $\mu_a$  – коэффициенты затухания формирующих фильтров;  $\sigma_x$ ,  $\sigma_z$ ,  $\sigma_a$  – среднеквадратичные ошибки гироскопов и акселерометра;  $w_1$ ,  $w_2$ ,  $w_3$  – «белозумные» случайные составляющие единичной интенсивности.

Для получения оценок  $\hat{\beta}$ ,  $\hat{\gamma}$ ,  $\delta \hat{v}_N$ , используемых для управления с коэффициентами передачи  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$ , используем фильтр Калмана (ФК).

Для этого необходимо представить уравнения (2) в векторно-матричной форме:

$$\dot{\bar{x}} = A\bar{x} + B\bar{u} + G\bar{w},$$

где  $\bar{x}$  –  $n$ -мерный вектор состояния системы;  $\bar{u}$  –  $r$ -мерный вектор управления;  $\bar{w}$  –  $k$ -мерный вектор случайных воздействий;  $A$  – матрица состояния размерности  $n \times n$ ;  $B$  – матрица управления размерности  $n \times r$ ;  $G$  – матрица передачи случайных воздействий размерности  $n \times k$ .

Измеряемая информация определяется следующим уравнением измерений (выхода):

$$\bar{y} = H\bar{x} + \bar{v},$$

где  $\bar{y}$  –  $m$ -мерный вектор измерений;  $\bar{v}$  –  $m$ -мерный вектор погрешностей измерений;  $H$  – матрица измерений размерности  $m \times n$ .

Из уравнений (2) запишем:

матрица состояния  $\mathbf{A}$  и вектор переменных состояния  $\bar{\mathbf{x}}$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_\eta & -1/R & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \omega_\eta & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ g & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\mu_x & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mu_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mu_a \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \beta \\ \gamma \\ \delta v_N \\ \omega_{dx}^c \\ \omega_{dx}^{cl} \\ \omega_{dz}^c \\ \omega_{dz}^{cl} \\ \delta a_N^c \\ \delta a_N^{cl} \end{bmatrix};$$

матрица передачи  $\mathbf{G}$  и вектор случайных воздействий  $\bar{\mathbf{w}}$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \sqrt{2\sigma_x^2\mu_x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2\sigma_z^2\mu_z} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2\sigma_a^2\mu_a} \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{w}} = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix};$$

матрица управления  $\mathbf{B}$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} k1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Уравнение выхода (измерений) сигнала акселерометра при отсутствии относительного ускорения и после исключения из него переносного и кориолисова ускорения  $W_y^{ПК}$

$$y_1 = g\beta + \delta a_N^c + \delta a_N^{cl}.$$

(Как показывают оценки, для наземных объектов  $W_y^{ПК}$  имеет величину не более  $5 \cdot 10^{-5} \text{ м/с}^2$  и может не учитываться.)

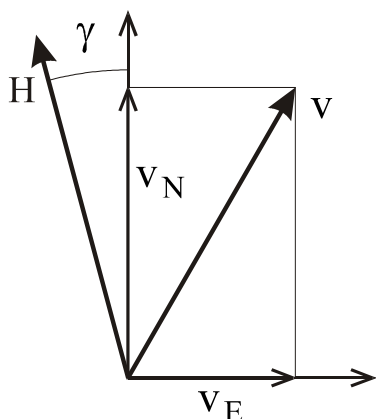


Рис. 3. Проекції скорости

Матрица измерения

$$H = \begin{bmatrix} g & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -v_E & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Воздействия  $w$  и помехи  $v$  будем считать гауссовскими случайными процессами типа белого шума с нулевыми математическими ожиданиями

$$M[w(t)] = 0, \quad M[v(t)] = 0$$

и корреляционными матрицами

$$M[w(t)w^T(\tau)] = Q(t)\delta(t-\tau); \quad M[v(t)v^T(\tau)] = R(t)\delta(t-\tau),$$

где  $Q(t)$  – симметрическая неотрицательно-определенная ( $k \times k$ ) матрица интенсивности белого шума  $w(t)$ ;  $R(t)$  – симметрическая положительно определенная ( $m \times m$ ) - матрица интенсивности белого шума  $v(t)$ ;  $\delta(t)$  – дельта-функция Дирака.

Начальное состояние системы  $x(t_0)$  характеризуется известным математическим ожиданием  $M[x(t_0)] = \bar{x}_0$  и корреляционной матрицей  $M\{[x(t_0) - \bar{x}_0][x(t_0) - \bar{x}_0]^T\} = P(t_0, t_0)$ . Также предполагается, что начальное состояние системы, случайные воздействия и помехи измерений взаимно некоррелированы при всех  $t \geq t_0$ .

Используем дискретный фильтр Калмана.

### Результаты моделирования

На рис.4 приведены результаты моделирования.

После осреднения ошибки  $\gamma$  в течение последних 50 сек. получили ошибку прибора  $\gamma_{cp} = 6,7$  угл. мин. Коэффициенты обратной связи  $k_1, k_2, k_3$  выбраны путем численных экспериментов.

Как показывает анализ наблюдаемости по рангу матрицы наблюдаемости

$$M = [H \quad HA \quad HA^2 \quad HA^3 \quad HA^4 \quad HA^5 \quad HA^6 \quad HA^7 \quad HA^8]^T,$$

наблюдаемыми являются 6 переменных состояния из 9. Как видно из рис. 5, наблюдаемы уходы гироскопа по оси  $z$ , ошибка определения скорости  $\delta v_N$  на-

Для получения второго уравнения выхода используем рис. 3.

Ось чувствительности акселерометра направлена по вектору  $H$ . После интегрирования сигнала акселерометра при малых углах  $\gamma$  получаем приборное значение скорости

$$\tilde{v}_N = v_N - v_E \gamma + \delta v_N.$$

После вычитания из этого сигнала значения спутниковой скорости  $\tilde{v}_N^c = v_N + \delta v_N^{chc}$  получим второе уравнение выхода

$$y_2 = \delta v_N - v_E \gamma - \delta v_N^{chc}.$$

блюдається с ошибкой (см. рис. 4). Уходы ГН наблюдаются точнее при улучшении характеристик акселерометра.

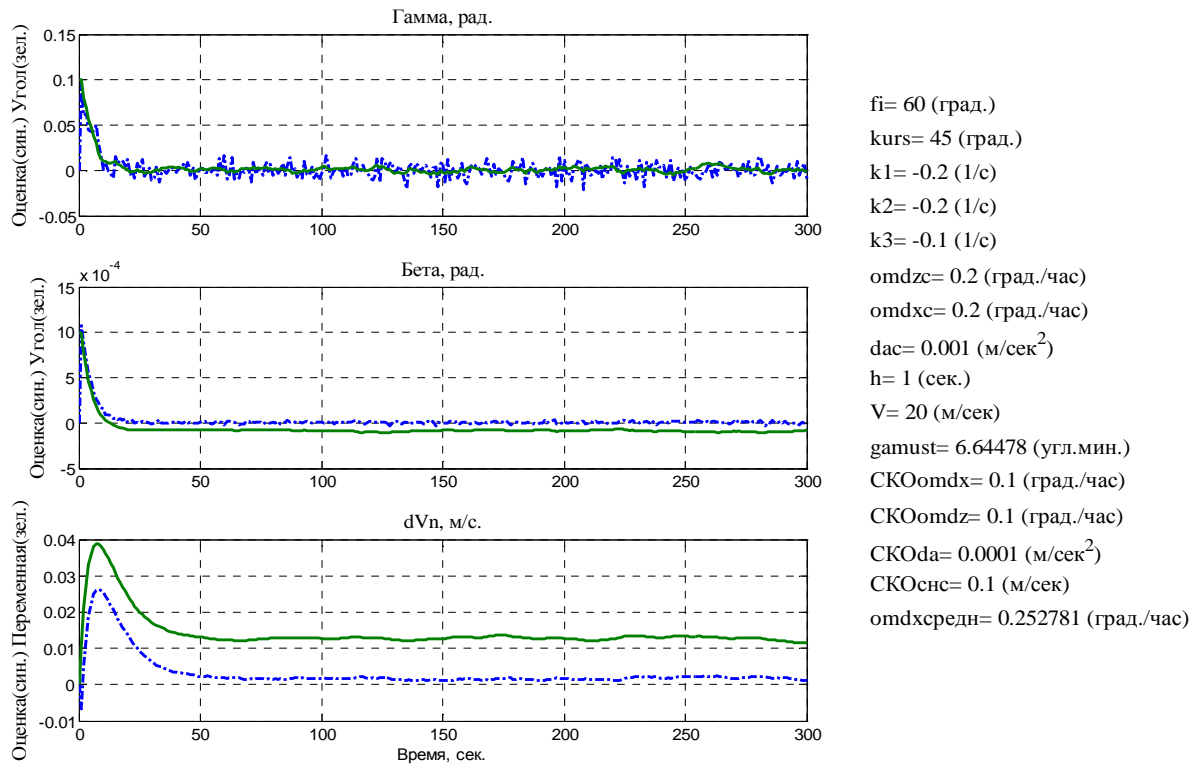


Рис. 4. Характеристики ГН со спутниковой коррекцией

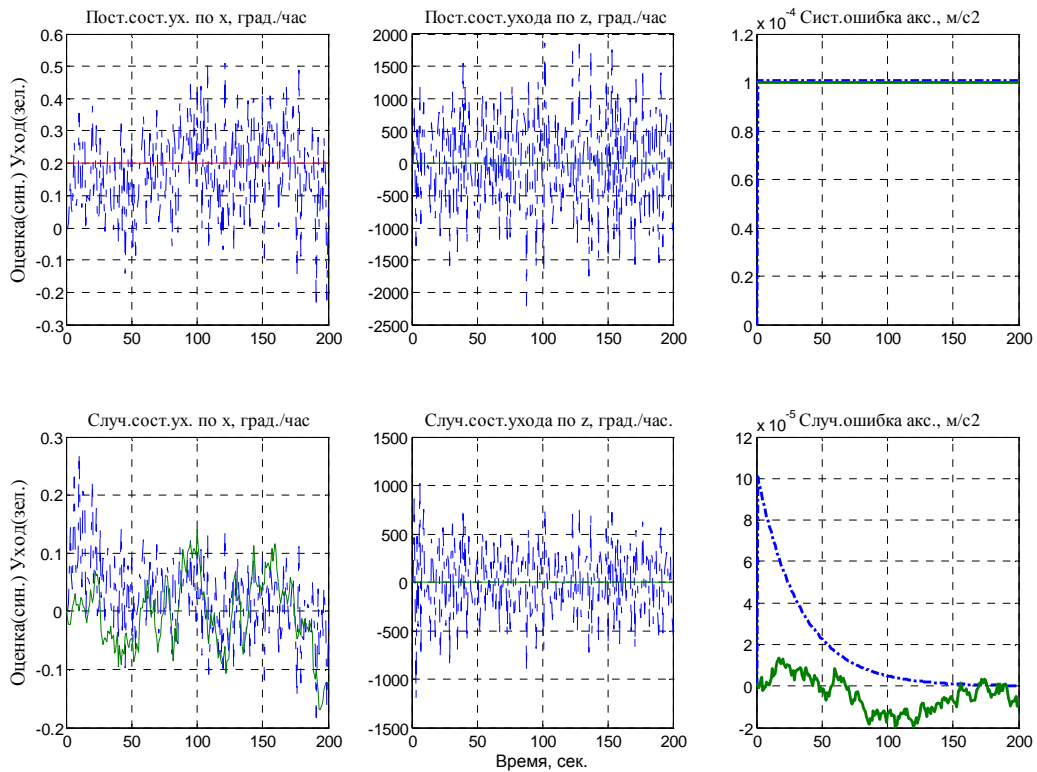


Рис. 5. Оценки параметров возмущений

Ухудшається точність ГН в зоні углов курсу  $0 \pm 1$  или  $180 \pm 1$  градусов, ошибка достигает величины порядка 0,5 градуса. Это можно объяснить малостью слагаемого  $-v_E \gamma$  в уравнении выхода  $y_2$ .

Если компенсировать систематический уход  $\omega_{dx}^c$  его оценкой  $\hat{\omega}_{dx}^c$  (см. рис. 4, 5), в матрице управления **B** добавим один элемент (-1).

$$B = \begin{bmatrix} k1 & 0 & 0 & -1 & \\ 0 & k2 & 0 & 0 & \\ 0 & 0 & k3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 0 & & 0 \\ & & 5 \times 4 & & 5 \times 5 \end{bmatrix}$$

В этом случае погрешность определения курса уменьшается до величины 1,7 угловых минут. При увеличении систематических составляющих ухода гироскопа до 2 град./час погрешность увеличивается до 3 угловых минут.

### **Выводы**

Рассмотрена схема гироскопа направления с коррекцией от спутниковой навигационной системы. Для коррекции используются данные о широте и составляющих скорости движения объекта. Управление гироскопом (коррекция) производится по оценкам ошибок прибора, определяемых фильтром Калмана. Достижимая точность составляет единицы угловых минут даже в случае «грубых» гироскопов. Результаты исследования могут быть использованы в инерциальных навигационных системах. Дальнейшее улучшение характеристик прибора возможно при применении алгоритмов оптимального управления.

### **Литература**

1. Мелешко В. В. Гироскоп направления с интегрально – позиционной горизонтальной коррекцией на вираже / В. В. Мелешко, О. В. Скуднева // Вестник НТУУ «КПИ». Серия приборостроение. – 2009. – Вып. 37. – С. 5 – 13.
2. Мелешко В. В. Гироскоп направления с интегрально – позиционной горизонтальной коррекцией на качке / В. В. Мелешко, О. В. Скуднева, А. Ю. Янчевский // Вестник НТУУ «КПИ». Серия приборостроение. – 2010. – Вып. 39. – С. 5 – 13.
3. Мелешко В. В. Инерциальные навигационные системы. Начальная выставка. – К.: «Корнийчук», 1999. – 126 с.

*Надійшла до редакції  
06 квітня 2015 року*

© Мелешко В. В., Мураховский С. А., 2015