

УДК 531.383

МОДЕЛЬ ПОГРЕШНОСТИ ОСЕВОГО МИКРОМЕХАНИЧЕСКОГО АКСЕЛЕРОМЕТРА В УСЛОВИЯХ ВИБРАЦИИ

Мироненко П. С., Демьяненко В. В., Демьяненко Т. В.

*Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт»,
г. Киев, Украина*

Для осевого микромеханического акселерометра с упругим подвесом и смещенным центром масс относительно геометрического центра проводится построение математической модели погрешности в условиях пространственной вибрации основания. За основу возникновения погрешности взят эффект Максвелла-Капицы. Для построения модели погрешности в аналитическом виде использовался метод возмущений. В качестве малого параметра была введена величина, характеризующая приращение момента инерции, обусловленное смещением центра масс относительно оси, к величине соответствующего осевого момента инерции. Получена компактная формула, определяющая постоянную составляющую погрешности осевого микромеханического акселерометра (ОМА), при горизонтальном расположении оси чувствительности в условиях гармонической вибрации основания. Данная формула хорошо согласуется с результатами экспериментов и численного моделирования. Проведен анализ данной погрешности на основании формулы и даны рекомендации по ее минимизации.

Ключевые слова: *осевой микромеханический акселерометр, пространственная вибрация, постоянная составляющая погрешности ОМА.*

Введение

Осевые микромеханические акселерометры – перспективные приборы современной микросистемой техники. Микромеханические акселерометры характеризуются уникально малыми массой и габаритами, низким потреблением электроэнергии, возможностью функционирования в жестких условиях эксплуатации и на несколько порядков меньшей стоимостью, чем их традиционные аналоги. Область применения ОМА чрезвычайно широка. ОМА используются в малогабаритных системах ориентации и навигации для судов, летательных аппаратов различного назначения, в системах управления автомобилями, скважных приборах, системах управления артиллерийскими снарядами.

Результаты испытаний [1] показывают, что при воздействии трехкомпонентной вибрации на ОМА возникает смещение нуля полезного сигнала.

Для описания и изучения возникающей погрешности в [1] используется численное моделирование в среде Matlab. Такой подход дает возможность описать и анализировать данную погрешность при конкретных численных значениях параметров прибора и возмущений.

Целью данной статьи является построение аналитической модели погрешности смещения нуля полезного сигнала осевого микромеханического акселерометра при воздействии трехкомпонентной вибрации.

Воспользуемся математической моделью осевого акселерометра [2]. Конструктивная схема чувствительного элемента (ЧЭ) ОМА представлена на рис. 1, а

система координат, определяющие положение ЧЭ осевого акселерометра – на рис. 2.

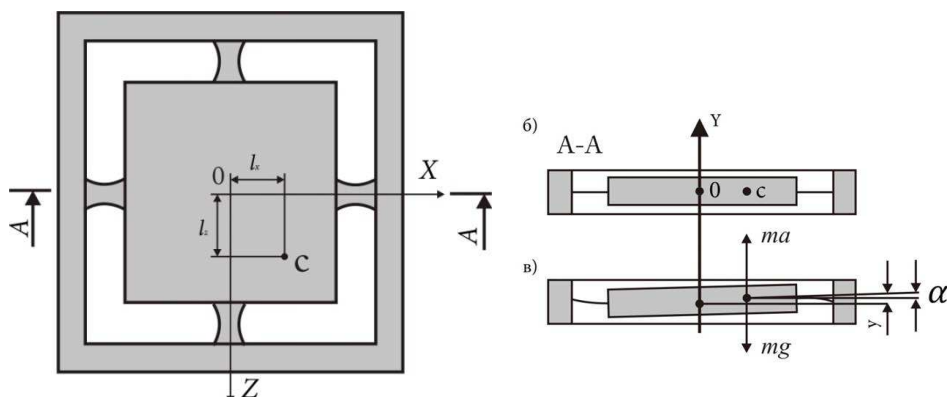


Рис. 1. Конструктивная схема осевого микромеханического акселерометра

Центр масс пластины ЧЭ (точка С) не совпадает с геометрическим центром пластины (точка О) и смещен по осям X и Z на величины l_x и l_z .

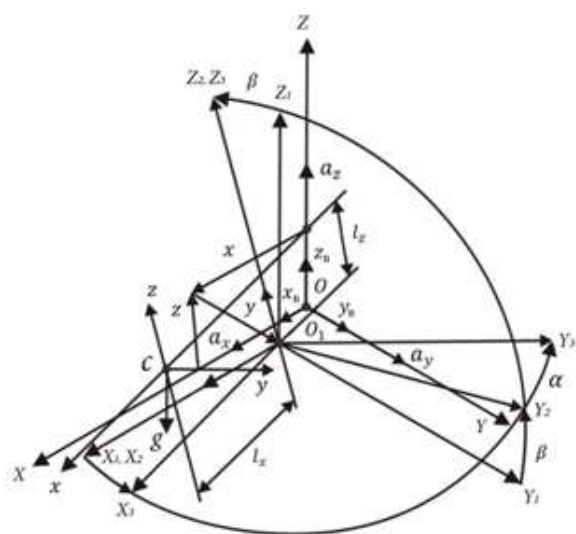


Рис. 2. Системы координат, определяющие положение ЧЭ

системы координат X_2, Y_2, Z_2 и X_3, Y_3, Z_3 . Плоскость пластины определена осями O_1X_3 и O_1Z_3 , в которой на расстоянии l_x вдоль оси O_1X_3 и l_z вдоль оси O_1Z_3 , находится центр масс (точка С). С точкою С связана система координат $хуz$, оси которой параллельны соответствующим осям системы координат X_3, Y_3, Z_3 . Таким образом, положение ЧЭ акселерометра определено тремя линейными (x, y, z) и двумя угловыми (α, β) координатами. В принятой постановке задачи воз-

Вдоль осей X, Y, Z направлены векторы виброперемещений x_B, y_B, z_B , которые являются проекциями виброперемещений точки О, и векторы линейных ускорений a_x, a_y, a_z , которые являются проекциями линейного ускорения точки О. Вследствие действия обобщенных сил и конечной жесткости подвеса центр симметрии ЧЭ перемещается в точку O_1 , определяемую координатами x, y, z упругого смещения. Оси системы координат X_1, Y_1, Z_1 параллельны соответствующим осям системы координат XYZ . Угловое положение пластины определено углами β и α , которым соответствуют

можный угол разворота пластины вокруг оси O_1Y_3 не рассматривается, так как предполагает, что жесткость подвеса вокруг этой оси значительно больше жесткости по угловым координатам α и β .

Математическая модель движения ЧЭ ОМА имеет вид:

$$\begin{cases} m\ddot{y} + k_{dy}\dot{y} + G_y y + m(l_x\ddot{\alpha} + l_z\ddot{\beta}) = F - F_{zy}; \\ J_\beta\ddot{\beta} + k_{d\beta}\dot{\beta} + G_\beta\beta + ml_z(\ddot{y} + l_x\ddot{\alpha}) = -(F + F_{zy})l_z - Fz_B + F_{zz}l_z\beta; \\ J_\alpha\ddot{\alpha} + k_{d\alpha}\dot{\alpha} + G_\alpha\alpha + ml_x(\ddot{y} + l_z\ddot{\beta}) = (F - F_{zy})l_x + Fx_B + F_{zx}l_x\alpha; \\ y_c = y + l_x\alpha + l_z\beta + y_B; \end{cases} \quad (1)$$

где $m(a_y - g\beta) = F$; $m\ddot{y}_B = F_{zy}$; $m\ddot{x}_B = F_{zx}$; $m\ddot{z}_B = F_{zz}$; m – масса чувствительного элемента; k_{dy} – коэффициент демпфирования по оси y ; $k_{d\beta}$, $k_{d\alpha}$ – коэффициенты углового демпфирования; G_y – жесткость подвеса для четырех «балок» по координате y ; G_β , G_α – жесткость подвеса по координатам α и β ; J_α – момент инерции пластины ЧЭ относительно осей O_1X_1 ; J_β – момент инерции пластины ЧЭ относительно осей O_1Z_1 .

Моменты $F_{zz}l_z\beta$ и $F_{zx}l_x\alpha$ в правых частях уравнений системы (1) вызывают появление вибрационного сдвига нуля акселерометра, известного под названием эффекта Максвелла-Капицы [1].

Изучим поведение ОМА в условиях отсутствия постоянного ускорения ($a_x = 0$, $a_y = 0$, $a_z = 0$) при $l_z \neq 0, l_x = 0$ и $l_x \neq 0, l_z = 0$. Для решения системы уравнений (1) воспользуемся методом возмущений [3]. В качестве малого параметра возьмем $\varepsilon = \frac{ml_z^2(x)}{J_\beta(\alpha)}$, который представляет отношение приращения момента инерции обусловленное смещением центра масс относительно оси к величине соответствующего осевого момента инерции. В осевых микромеханических акселерометрах $\varepsilon \ll 1$ и обеспечивается конструкцией и технологией изготовления. Величина ε характеризует слабую связь парциальных систем по координатам α , β , y . [4].

Решение системы (1) согласно [3] при $l_z \neq 0, l_x = 0$ будем искать в виде:

$$\begin{aligned} y &= y_0 + \varepsilon y_1 + \dots; z = z_0 + \varepsilon z_1 + \dots; \\ \alpha &= \alpha_0 + \varepsilon \alpha_1 + \dots; \beta = \beta_0 + \varepsilon \beta_1 + \dots; \end{aligned} \quad (2)$$

тогда в рассматриваемой схеме ОМА выходной координатой является y и согласно (1) уравнение для нее можно записать так:

$$\frac{ml_z}{J_\beta}\ddot{y} + \frac{k_{zy}l_z}{J_\beta}\dot{y} + \frac{G_y l_z}{J_\beta}y = -\varepsilon\ddot{\beta} - g\frac{ml_z}{J_\beta}\beta - \frac{ml_z}{J_\beta}\ddot{y}_B; \quad (3)$$

так как нас интересует постоянная составляющая выходного сигнала, то применим к уравнению (3) оператор усреднения по времени

$$\langle f(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt; \quad (4)$$

где t – время; $f(t)$ – функция от времени; T – время усреднения.

В результаті получим:

$$\langle y \rangle = \frac{mg}{G_y} \langle \beta \rangle; \quad (5)$$

при применении оператора усреднения (4) к уравнению (3) мы предполагали наличие только гармонической вибрации основания.

Так как ускорение связано с выходным сигналом соотношением

$$a_y = \frac{G_y}{m} y; \quad (6)$$

то постоянная составляющая ОМА приведенная к ускорению будет иметь вид:

$$\langle a_y \rangle = g \langle \beta \rangle. \quad (7)$$

Теперь определим $\langle \beta \rangle$. Уравнение для β на основании системы (1) в операторном виде ($s = \frac{d}{dt}$) имеет вид:

$$\frac{l_z}{J_\beta} (J_\beta s^2 + k_{\Delta\beta} s + G_\beta) \beta = -\varepsilon s^2 y + \varepsilon g \beta + \varepsilon s^2 y_{\text{в}} + \frac{l_z}{J_\beta} m g \beta z_{\text{в}} + \varepsilon \beta s^2 z_{\text{в}};$$

В нулевом приближении в операторном виде получим:

$$\beta_0(s) = -\frac{m l_z s^2}{(J_\beta s^2 + k_{\Delta\beta} s + G_\beta)} y_{\text{в}}(s). \quad (8)$$

При этом постоянная составляющая $\beta_0(t) = 0$.

Уравнение для первого приближения ($\beta_1(s)$) в операторном виде можно записать так:

$$\frac{l_z}{J_\beta} (J_\beta s^2 + k_{\Delta\beta} s + G_\beta) \beta_1 = s^2 z_{\text{в}} \beta_0;$$

откуда можно определить постоянную составляющую угла β в первом приближении $\langle \beta_1(t) \rangle$

$$\langle \beta_1(t) \rangle = \frac{J_\beta m W_y W_z}{2 G_\beta \sqrt{(G_\beta - J_\beta \omega^2)^2 + k_{\Delta\beta}^2 \omega^2}}. \quad (9)$$

$W_y = y_{\text{в}} \omega^2$, $W_z = z_{\text{в}} \omega^2$ – амплитуды ускорений гармонических вибраций соответственно вдоль осей Oy , Oz ; $y_{\text{в}}$, $z_{\text{в}}$ – амплитуды виброперемещений соответственно вдоль осей Oy , Oz ; ω – частота вибраций.

Соответственно используя (2), (5) постоянная составляющая погрешности определения ускорения будет иметь вид:

$$\langle a_y \rangle = g \frac{m^2 l_z^2 W_y W_z}{2 G_\beta \sqrt{(G_\beta - J_\beta \omega^2)^2 + k_{\Delta\beta}^2 \omega^2}}. \quad (10)$$

При $l_x \neq 0, l_z = 0$, проделывая аналогичные выкладки получим :

$$\langle a_y \rangle = 0. \quad (11)$$

В общем случае ($l_x \neq 0, l_z \neq 0$) в первом приближении формула будет аналогична (10).

Формула (10) определяет постоянную составляющую погрешности ОМА, при горизонтальном расположении оси чувствительности в условиях гармонической вибрации основания.

Данная формула хорошо (до 5%) согласуется с результатами экспериментов [1] и результатами численного моделирования.

Выводы

Постоянная составляющая вибрационной погрешности возникает при наличии смещения центра масс относительно центра симметрии вдоль вертикальной оси и наличии одновременно двух составляющих вибрации – горизонтальной и вертикальной. При развороте прибора относительно оси чувствительности на 90° в формуле (10) будут присутствовать параметры l_x вместо l_z , G_x вместо G_β и $k_{d\alpha}$ вместо $k_{d\beta}$. Погрешность (10) нелинейным образом (квадратичным) зависит от величины смещения центра масс $l_x(l_x)$ и существенным образом сказывается на величине погрешности. При выводе уравнений [2] предполагалось совпадение центра симметрии ЧЭ с центром жесткости [5]. Поэтому погрешность (10) существенным образом будет зависеть не только от положения центра масс ЧЭ, но и от центра жесткости упругого подвеса. Кроме этого согласно формуле (10) погрешность зависит от угловой жесткости упругого подвеса в нерабочем направлении $G_\beta (G_x)$. Поэтому особое внимание следует уделять разработке и изготовлению упругого подвеса. Формула (10) может быть использована при формулировке требований к параметрам упругого подвеса и точности балансировки ЧЭ ОМА. Кроме этого, она может быть полезна при балансировке ЧЭ ОМА.

Литература

1. Влияние трехкомпонентной вибрации на осевой микромеханический акселерометр / В. Я. Распопов, В. В. Турчанинов, Ю. В. Иванов // Датчики и системы. – 2009. – № 8. – С. 63 – 65.
2. Распопов В. Я. Микромеханические приборы: учеб. пособие. – М.: Машиностроение, 2007. – 400 с.
3. Найфе А. Х. Методы возмущений. – М.: Мир, 1976. – 386 с
4. Мандельштам Л. И. Лекции по теории колебаний. – М.: Наука, 1972. – 471 с.
5. Приборостроение и средства автоматизации. Справочник в 5 томах; под ред. Гаврилова А. Н. Том 2. – М.: Машиностроение, 1964. — 596 с.

Надійшла до редакції
12 лютого 2014 року

© Мироненко П. С., Демьяненко В. В., Демьяненко Т. В., 2014