

УДК 004.94 621.32 628.9

**КОМП'ЮТЕРНІ МОДЕЛІ ЛАМП РОЗЖАРЮВАННЯ***Кравченко І. В., Микитенко В. І.**Національний технічний університет України**«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», Київ, Україна**E-mail: [kravchenko.igor@lil.kpi.ua](mailto:kravchenko.igor@lil.kpi.ua), [v.mykytenko@kpi.ua](mailto:v.mykytenko@kpi.ua)*

Статтю присвячено дослідженню існуючих та розробці нових комп'ютерних моделей напівсферичного та нормального спектрального коефіцієнту випромінювання оптичних ламп розжарювання.

Оптичні лампи (tungsten halogen quartz filament electric lamp, FEL) сьогодні залишаються розповсюдженим джерелом випромінювання в різноманітних оптико-електронних системах. Вони забезпечують випромінювання в ультрафіолетовому, видимому, ближньому ІЧ-А (IR-A, NIR) та середньому ІЧ-В (IR-B, SWIR) інфрачервоному діапазонах спектру та мають типові колірні температури 2300 К, 2850 К, 3200 К.

Проведено аналіз двох груп існуючих моделей FEL. Моделі першої групи орієнтовані в першу чергу для існуючих установок калібрування та атестації оптико-електронних систем. Моделі другої групи є більш універсальними та «повними». Вони відтворюють поелементно структуру модельованої оптико-електронної системи та використовують фізичні та конструктивні параметри значущих елементів модельованої системи. Для всіх типів моделей температурних джерел базовими є формула Планка або наближення Віна. Існуючі моделі розроблені для видимого діапазону та діапазону 0.34 мкм – 2.6 мкм для температур 1600 К – 2800 К, що не враховує всі можливості сучасних FEL.

Метою роботи є дослідження відомих моделей та поліноміальних моделей для застосування в розрахунках сучасних оптичних ламп з температурами 2300 К – 3200 К в широкому діапазоні довжин хвиль, включно з ультрафіолетовим, IR-A, IR-B.

Проаналізовано точність та модифіковано параметри моделей Ларабі та Пона. Отримані залежності забезпечують підвищення точності в 1.4 – 4 рази.

Проаналізовано точність та економічність поліноміальних моделей нормального спектрального коефіцієнту випромінювання в ультрафіолетовому, видимому, IR-A та IR-B діапазонах спектру. Розраховані коефіцієнти моделей за критерієм мінімізації середньоквадратичного відхилення. Показано, що за критерієм середніх похибок в діапазоні 0.23 мкм – 2.7 мкм всі залежності мають похибку менше за 5 % у всьому діапазоні та забезпечують мінімум 5 вірних знаків. За критерієм максимальних похибок з відносною похибкою в 5 % не можуть бути застосовані лінійні вирази, а похибку менше 1 % забезпечують тільки кубічні поліноми. Сформовано комбіновану поліноміальну модель, яка забезпечує методичну похибку наближення менше 1 % по всіх спектральних піддіапазонах, а у видимому діапазоні 0.3 мкм – 0.94 мкм – менше 0.5 %.

Визначені часові витрати моделей та сформовані комбіновані моделі для застосування в процесорних системах з обмеженими обчислювальними можливостями.

**Ключові слова:** лампа розжарювання; нормальний коефіцієнт випромінювання; напівсферичний коефіцієнт випромінювання; вольфрам; комп'ютерна модель; моделювання; методична похибка; абсолютна похибка; відносна похибка; середньоквадратичне відхилення.

**Вступ**

В якості джерел випромінювання оптико-електронних систем, які працюють в широкій смузі довжин хвиль ультрафіолетового, видимого, ближнього інфрачервоного ІЧ-А (IR-A, NIR, Near Infrared) та середнього інфрачервоного ІЧ-В (IR-B, SWIR, Short Wave Infrared) спектральних діапазонів, тобто для довжин хвиль від 0.2 мкм до 2.7 мкм, донедавна основним регламентованим джерелом (сьогодні – часто використовуваним) є лампи розжарювання [1, 2].

Математичні моделі таких оптико-електронних систем можна розділити на дві групи. Моделі першої групи орієнтовані на опис існуючих установок, які призначені, в першу чергу, для

калібрування та атестації оптико-електронних систем. Особливістю таких моделей є те, що значна кількість параметрів моделі визначається експериментально, а кількість параметрів зменшена. Моделі другої групи є більш універсальними та «повними». Вони відтворюють поелементно структуру модельованої оптико-електронної системи та використовують фізичні та конструктивні параметри значущих елементів цієї системи.

Лампи розжарювання є тепловими джерелами випромінювання, тому для їх моделювання базовою є формула Планка, яка визначає спектральну енергетичну світність випромінювання (спектральну густину випромінюваності, spectral radiant exitance, spectral radiant emittance) абсолютно чорного тіла

(АЧТ) з температурою  $T$  для визначеної довжини хвилі  $\lambda$ :

$$M(\lambda, T) = \frac{C1}{\lambda^5 \left( \exp\left(\frac{C2}{\lambda T}\right) - 1 \right)},$$

де  $C1=2\pi hc^2$ ;  $C2=hc/k$ ;  $c$  – швидкість світла;  $k$  – стала Больцмана;  $h$  – стала Планка.

Первинною моделлю першої групи можна вважати формулу, запропоновану Національним інститутом стандартів і технологій США (NIST, National Institute of Standards and Technology, USA). Модель описує спектральну опроміненість (spectral irradiance) площини аналізу установки [3]:

$$E(\lambda) = f(\lambda) \cdot \exp\left(C + \frac{B}{\lambda}\right) \cdot \lambda^{-5} = \left(\sum_{i=0}^n A_i \cdot \lambda^i\right) \cdot \exp\left(C + \frac{B}{\lambda}\right) \cdot \lambda^{-5}. \quad (1)$$

Залежність (1) не містить температури джерела, не описує перетворення енергетичної світності джерела в опроміненість площини аналізу. Замість формули Планка в ній використана частина формули Віна:

$$M(\lambda, T) = \frac{C1}{\lambda^5 e^{\lambda T}}.$$

У виразі (1) сталі  $C1$ ,  $C2$  та температура  $T$  визначаються експериментальними коефіцієнтами  $C$  та  $B$ , а параметри установки, спектральна характеристика оптичної системи та спектральний коефіцієнт випромінення джерела (emissivity) описується поліноміальною функцією  $f(\lambda)$ .

В [4] степінь поліному  $f(\lambda)$  конкретизовано значенням  $n=5$  та вказано, що коефіцієнти полінома визначаються окремо для двох спектральних діапазонів: 250 нм – 400 нм та 350 нм – 1600 нм.

Подальші дослідження були направлені на підвищення економічності моделі спрощенням вихідної залежності (1) або підвищення точності зміною вигляду наближувальної функції.

В [5] запропоновано використати для розрахунку променевого потоку (spectral radiant power) функцію  $f(\lambda)$  у вигляді кубічного полінома:

$$\Phi(\lambda) = \frac{A_0 + A_1\lambda + A_2\lambda^2 + A_3\lambda^3}{\exp\left(\frac{B}{\lambda}\right) \cdot \lambda^5}.$$

Автори в [6] для розрахунку опроміненості (spectral irradiance) в діапазоні довжин хвиль 400 нм – 900 нм запропонували лінійну функцію  $f(\lambda)$ :

$$E(\lambda) = (1 + A_1\lambda) \cdot \exp\left(A_0 + \frac{B}{\lambda}\right) \cdot \lambda^{-5}.$$

В рамках програми Shuttle Solar Backscatter Ultraviolet Spectrometer для підвищення точності моделі [7] запропоновано замінити поліноміальну наближувальну функцію на експоненційно-

степеневу в двох спектральних діапазонах, аналогічних діапазонам моделі NIST [2]:

$$F(\lambda) = \lambda^{-5} \cdot \exp\left(A_0 + \frac{A_1}{\lambda}\right) \cdot \exp\left(A_2\lambda + A_3 \left|\frac{\lambda - 450}{500}\right|^{A_4}\right).$$

Спільною особливістю наведених моделей є відсутність температури як параметра та їхня непридатність для прогностичних розрахунків з огляду на те, що параметри  $A_i$ ,  $B$ , які враховують геометричні та спектральні характеристики та перетворення, визначаються експериментально для вже існуючої установки.

В моделях другої групи оптичні властивості джерел випромінювання у вигляді ламп розжарювання описуються за принципами теорії радіометрії їхньою променистістю (radiance) або енергетичною світністю (radiant emittance) [2, 6, 8-10].

Відмінності випромінення лампи розжарювання від випромінення АЧТ в моделях другої групи враховуються введенням коефіцієнту випромінення тіла розжарювання  $\varepsilon(T, \lambda)$  та коефіцієнту пропускання матеріалу колби лампи  $\tau(T, \lambda)$ :

$$M_e(\lambda, T) = \tau(\lambda, T) \cdot \varepsilon(\lambda, T) \cdot \frac{C1}{\lambda^5 \left( \exp\left(\frac{C2}{\lambda T}\right) - 1 \right)}.$$

В свою чергу коефіцієнт випромінення тіла розжарювання складається з коефіцієнта випромінювання матеріалу тіла розжарювання – вольфраму  $\varepsilon_w(T, \lambda)$  (spectral emissivity of tungsten) та коефіцієнта форми  $\varepsilon_r(T)$  тіла розжарювання (residual correction factor) [11].

Базою для наближувальних моделей коефіцієнта випромінення вольфраму є експериментальні дані спектральної густини напівсферичного коефіцієнта випромінення вольфраму Ларабі (R. D. Larrabee) [10] та експериментальні дані спектральної густини нормального коефіцієнта випромінення вольфраму Де Воса (J. C. De Vos) [13]. Дані Ларабі наведені в табличному вигляді та у вигляді графіків для видимого діапазону 0.31 мкм – 0.8 мкм для температур від 1600 К до 2400 К з кроком 200 К. Дані Де Воса наведені у вигляді графіків для температур від 1600 К до 2800 К з кроком 200 К в діапазоні 0.23 мкм – 2.7 мкм.

Для опису спектрального напівсферичного коефіцієнта випромінення вольфраму Ларабі запропоновано наближувальний вираз у вигляді поліному першого степеню змінних [10]:

$$\varepsilon_w(\lambda, T) = A_0 + A_1\lambda + A_2T_0 + A_3\lambda T.$$

Коефіцієнти  $A_i$  розраховані для трьох піддіапазонів: 350 нм – 450 нм, 450 нм – 680 нм та 680 нм – 800 нм.

Пон (R. M. Pon) для опису спектрального коефіцієнта випромінення вольфраму у спектральному діапазоні 0.34 мкм – 2.6 мкм та температур від 1600 К до 2800 К запропонував наближувальний вираз у вигляді наступного поліному [12]:

$$\varepsilon_w(\lambda, T) = a_0 + a_1(T - T_0) + (b_0 + b_1(T - T_0)) +$$

$$+b_2(T-T_0)^2(\lambda-\lambda_0)+(c_0+c_1(T-T_0))(\lambda-\lambda_0)^2$$

Коефіцієнти полінома розраховані для восьми спектральних піддіапазонів – П1: 340 нм – 420 нм, П2: 420 нм – 480 нм, П3: 480 нм – 580 нм, П4: 580 нм – 640 нм, П5: 640 нм – 760 нм, П6: 760 нм – 940 нм, П7: 940 нм – 1600 нм, П8: 1600 нм – 2600 нм.

Саме цей вираз застосовано в моделі Національної фізичної лабораторії Фінляндії [8; 2].

Поліном Пона є перегрупованим поліномом другого степеню змінних:

$$\varepsilon_w(\lambda, T) = A_0 + A_1\lambda + A_2T_0 + A_3\lambda T + A_4\lambda^2 + A_5T^2 + A_6\lambda^2 T + A_7\lambda T^2,$$

де  $A_0 = -b_2T_0^2\lambda_0 - c_1T_0\lambda_0^2 + b_1T_0\lambda_0 + c_0\lambda_0 - b_0\lambda_0 + a_0 - a_1T_0$ ;  
 $A_2 = 2b_2T_0\lambda_0 + c_1\lambda_0^2 - b_1\lambda_0 + a_1$ ;  
 $A_1 = 2c_1T_0\lambda_0 + b_0 - b_1T_0 - 2c_0\lambda_0 + b_2T_0^2$ ;  
 $A_3 = b_1 - 2b_2T_0 - 2c_1\lambda_0$ ;  
 $A_4 = c_0 - c_1T_0$ ;  
 $A_5 = -b_2\lambda_0$ ;  
 $A_6 = c_1$ ;  
 $A_7 = b_2$ .

### Постановка задачі

Метою роботи є дослідження відомих моделей та поліноміальних моделей для застосування в розрахунках сучасних оптичних ламп розжарювання з температурами 2300 К – 3200 К в широкому діапазоні довжин хвиль, включно з ультрафіолетовим та IR-A, IR-B.

Для досягнення мети необхідно вирішити наступні задачі: дослідити та відкоригувати моделі

для наближення напівсферичного коефіцієнта випромінювання видимого діапазону, дослідити економічність та точність поліноміальних апроксимаційних залежностей розрахунку нормального коефіцієнта випромінювання вольфраму для розширених даних Де Воса [13; 14] в спектральному діапазоні від 0.26 мкм до 2.7 мкм та температур від 1600 К до 3200 К.

### Розв'язання поставлених задач

#### Аналіз моделі Ларабі

Вираз Ларабі задано для діапазону 0.35 мкм – 0.8 мкм, хоча дані в [10] наведено з нижньою межею 0.31 мкм. Для неврахованих довжин хвиль введено діапазон ЛО: 0.31 мкм – 0.35 мкм.

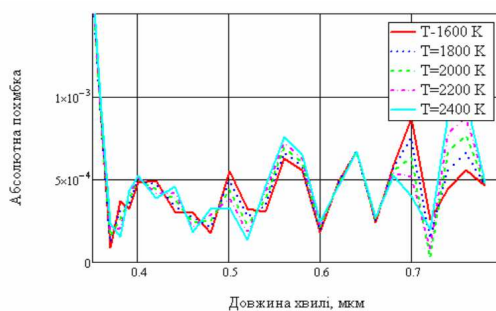
За результатами комп'ютерного експерименту були розраховані наступні коефіцієнти формули Ларабі (табл. 1).

Графіки абсолютної похибки наведено на рис. 1. Значення максимальної абсолютної  $\Delta_{\max}$ , максимальної відносної  $\delta_{\max}$ , середніх максимальної та відносної похибок  $\Delta_{\text{ср}}$ ,  $\delta_{\text{ср}}$  та дисперсія  $D$  по діапазонах наведено в табл. 2.

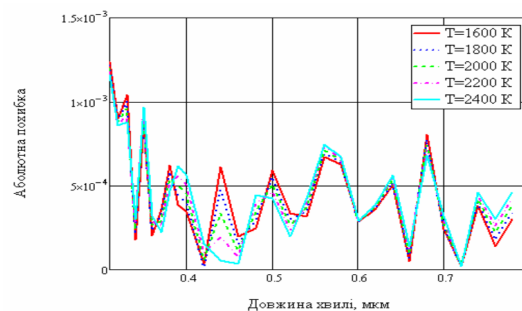
Наведені результати демонструють зниження похибок наближення при використанні розрахованих коефіцієнтів порівняно з вихідними в 1.4-4 рази.

Таблиця 1. Коефіцієнти моделі Ларабі

	Коефіцієнти Ларабі			Розраховані коефіцієнти			
	Л1	Л2	Л3	ЛО	Л1	Л2	Л3
$a_0$	0.6075	0.4655	0.6522	0.5255	0.5957	0.4663	0.6756
$a_1$	-0.3	0.01558	0.2633	-0.0680	-0.269	0.01395	-0.2900
$a_2 \cdot 10^{-4}$	-0.3265	0.2675	-0.7333	-0.3475	-0.3006	0.2676	-0.7810
$a_3 \cdot 10^{-4}$	0.59	-0.7305	0.7417	0.6500	0.5197	0.7295	0.8000



а)



б)

Рис. 1. Абсолютна похибка формули Ларабі: а) – вихідні коефіцієнти; б) – розраховані коефіцієнти

### Аналіз поліноміальних наближень для розширених даних Де Воса

Для дослідження обрані наступні форми поліномів:

Першого степеню

$$f_2 = \varepsilon_w(\lambda, T) = A_0 + A_1\lambda + A_2T;$$

Першого степеню змінних (Ларабі)

$$f_2 = \varepsilon_w(\lambda, T) = A_0 + A_1\lambda + A_2T + A_3\lambda T;$$

Другого степеню

$$f_5 = \varepsilon_w(\lambda, T) = A_0 + A_1\lambda + A_2T + A_3\lambda T + A_4\lambda^2 + A_5T^2;$$

Таблиця 2. Похибки моделі Ларабі

Оцінка	Ларабі			Розраховані			
	Л1	Л2	Л3	Л0	Л1	Л2	Л3
$\Delta_{\text{ср}} \cdot 10^{-5}$	1.31	0.83	2.43	4.79	0.92	0.73	1.19
$\delta_{\text{ср}} \cdot 10^{-5}$	2.76	1.88	5.76	0.10	1.95	1.65	2.83
$\Delta_{\text{max}} \cdot 10^{-3}$	1.70	0.75	0.99	1.24	0.97	0.74	0.46
$\delta_{\text{max}} \cdot 10^{-3}$	3.60	1.71	2.38	2.58	2.05	1.69	1.11
$D \cdot 10^{-8}$	1.21	0.42	1.60	4.68	0.51	0.38	0.41

Другого степеню змінних (Пон)

$$f_7 = \varepsilon_w(\lambda, T) = A_0 + A_1\lambda + A_2T + A_3\lambda T + A_4\lambda^2 + A_5T^2 + A_6\lambda^2T + A_7\lambda T^2$$

Третього степеню

$$f_9 = \varepsilon_w(\lambda, T) = A_0 + A_1\lambda + A_2T + A_3\lambda T + A_4\lambda^2 + A_5T^2 + A_6\lambda^2T + A_7\lambda T^2 + A_8\lambda^3 + A_9T^3$$

Для розширених даних введено діапазон П0: 230 нм – 300 нм; діапазон П1 змінено з 340 нм – 480 нм на 300 нм – 480 нм та розширена верхня межа діапазону П8 до 2700 нм.

Коефіцієнти поліномів розраховувалися методом апроксимації з критерієм мінімізації цільової функції

$$\sum_i \sum_j (y_{i,j} - f(\vec{a}, \lambda, T))^2 = \min,$$

де  $y_{i,j}$  – таблицьні значення експериментальних даних;  $f$  – наближувальний поліном;  $a$  – вектор коефіцієнтів наближувальної функції.

Розраховані коефіцієнти наближувальних поліномів для розширених даних Де Воса наведені в таблиці 3.

Для всіх залежностей були розраховані оцінки точності по всьому діапазону від 0.23 мкм до 2.7 мкм.

Результати середньої абсолютної похибки  $\Delta_{\text{ср}}$ , середньої відносної похибки  $\delta_{\text{ср}}$ , максимальної абсолютної похибки  $\Delta_{\text{max}}$ , максимальної відносної похибки  $\delta_{\text{max}}$  та середньоквадратичного відхилення (СКВ) наведені в таблиці 4.

Таблиця 3. Коефіцієнти моделей  $f_2 - f_9$ 

Коеф.	Спектральний діапазон								
	П0	П1	П2	П3	П4	П5	П6	П7	П8
Модель $f_2$									
$a_0$	0.1301	0.4999	0.5590	0.5558	0.5678	0.5868	0.6106	0.5368	0.2944
$a_1$	1.3880	0.01890	-0.1276	-0.1186	-0.1394	-0.1552	-0.1801	-0.1565	-0.0738
$a_2 \cdot 10^{-5}$	-2.7190	-1.6675	-1.7128	-1.7102	-1.7862	-2.1123	-2.3273	-0.3147	4.0990
Модель $f_3$									
$a_0$	0.2418	0.52198	0.54346	0.55617	0.56129	0.50359	0.6554	0.73556	0.39877
$a_1$	0.9668	-0.0415	-0.0935	-0.1193	-0.1288	-0.0371	-0.2331	-0.3207	-0.1218
$a_2 \cdot 10^{-5}$	-7.3741	-2.5861	-1.0651	-1.7268	-1.5145	1.3560	-4.1934	-8.5968	-0.2508
$a_3 \cdot 10^{-4}$	1.7565	0.2517	-0.1423	-0.0031	-0.0442	-0.4919	0.2207	0.6836	0.2000
Модель $f_5$									
$a_0$	-1.6593	0.3318	0.6662	0.3805	0.6522	0.3949	0.6189	0.8309	0.5370
$a_1$	15.4035	0.9935	-0.6286	0.5419	-0.4297	0.2795	-0.0759	-0.4557	-0.2689
$a_2 \cdot 10^{-5}$	-7.1550	-2.3244	-1.1684	-1.7889	-1.3790	1.1191	-6.8285	-9.6286	1.3544
$a_3 \cdot 10^{-5}$	17.5649	2.5166	-1.4234	0.0310	-0.4418	-4.9196	2.2072	6.8366	1.9999
$a_4$	-27.2390	-1.4177	0.5880	-0.6179	0.2446	-0.2246	-0.0922	0.0533	0.0338
$a_5 \cdot 10^{-10}$	-4.5628	-5.4524	2.1510	1.2945	-2.8218	4.9350	54.8999	21.4967	-33.4431
Модель $f_6$									
$a_0$	-1.6626	0.2815	0.6595	0.3869	0.5938	0.3258	0.5023	0.9349	0.5546
$a_1$	15.4161	1.1311	-0.6139	0.5299	-0.3347	0.3775	0.0619	-0.5416	-0.2770
$a_2 \cdot 10^{-5}$	-6.8638	2.0660	-0.5859	-2.3477	3.7240	7.1570	3.3570	-18.7126	-18.7451
$a_3 \cdot 10^{-5}$	0.1647	-9.5119	-2.7036	1.0755	-8.7395	-13.4839	-9.8402	0.1433	2.7088
$a_4$	-27.2390	-1.4177	0.58801	-0.6179	0.2446	-0.2246	-0.0922	0.0533	0.0338
$a_5 \cdot 10^{-9}$	-1.0630	-9.6919	-0.9984	1.2936	-10.9136	-12.0854	-15.7300	21.0747	-0.1320
$a_6 \cdot 10^{-8}$	22.8953	2.5059	26.6698	-21.7600	1.7287	1.7842	2.5099	-1.5622	-14.7690

Продовження табл. 3

Коеф.	Спектральний діапазон								
	П0	П1	П2	П3	П4	П5	П6	П7	П8
Модель $f_7$									
$a_0$	-1.5721	0.6882	0.5488	0.4953	0.8771	0.2375	-0.0031	0.8824	0.8125
$a_1$	14.7277	-1.1175	-0.1264	0.1234	-1.2567	0.6288	1.2532	-0.4566	-0.5193
$a_2 \cdot 10^{-4}$	-1.0636	-1.4880	0.40287	-0.6866	-0.8079	1.0838	2.4416	-1.6523	-1.0932
$a_3 \cdot 10^{-4}$	4.5151	8.4180	-2.3016	1.8016	2.9673	-2.3951	-5.9476	1.0795	1.2804
$a_4$	-25.9401	1.6625	0.0523	-0.2380	0.9941	-0.4028	-0.7910	0.0198	0.0895
$a_5 \cdot 10^{-9}$	-1.0630	-9.6919	-99.8377	1.2936	-0.1091	-0.1208	-0.1573	0.2107	-13.2051
$a_6 \cdot 10^{-9}$	2.2.8953	2.5059	26.6698	-21.7600	1.7287	1.7842	2.5099	-1.5622	-14.7690
$a_7 \cdot 10^{-4}$	-5.4123	-12.8345	2.2321	-1.5832	-3.1230	74.2363	2.9118	13.9595	-23.2067
Модель $f_8$									
$a_0$	-6.8083	1.9529	-1.1851	1.2598	-4.3521	0.2737	0.6868	0.8554	0.8921
$a_1$	74.5332	-11.6239	11.3246	-4.1779	24.2740	0.4744	-1.1796	-0.3909	-0.6320
$a_2 \cdot 10^{-4}$	-1.0636	-1.4880	0.4029	-0.6866	-0.8079	1.0838	2.4416	1.6523	1.0932
$a_3 \cdot 10^{-4}$	4.5151	8.4180	-2.3016	1.8016	2.9673	-2.3951	5.94756	1.0795	1.2804
$a_4$	-252.617	30.6013	-25.1352	7.8155	-40.5376	-0.1835	2.0619	-0.0327	0.1420
$a_5 \cdot 10^{-8}$	-0.1063	-0.9692	-0.0997	0.1294	-1.0914	-1.2085	-1.5730	2.1075	-0.0132
$a_6 \cdot 10^{-8}$	0.2289	2.5061	0.2.6670	-0.2176	1.7287	1.7842	2.5099	-1.5622	-0.1477
$a_7 \cdot 10^{-4}$	-5.4123	-12.8345	2.2321	1.5832	-3.1230	0.7424	2.9118	0.1396	-0.2321
$a_8$	285.128	-26.4281	18.4523	-5.0177	22.5104	-0.1037	-1.1125	0.0138	-0.00804
Модель $f_9$									
$a_0$	-6.8135	1.9579	-1.1758	1.2706	-4.3485	0.2655	0.6677	0.8576	0.9041
$a_1$	74.5332	-11.6239	11.3246	-4.1779	24.2740	0.4744	-1.1796	-0.3909	-0.6320
$a_2 \cdot 10^{-5}$	-9.9426	-15.5505	2.7981	-8.2955	-8.5544	11.9196	26.9410	-16.8410	-12.5240
$a_3 \cdot 10^{-4}$	4.5151	8.4180	-2.3016	1.8016	2.9763	-2.3951	-5.9476	1.0795	1.2804
$a_4$	-252.616	30.6013	-25.1352	7.8155	-40.5376	-0.1835	2.0619	-0.0327	0.1420
$a_5 \cdot 10^{-9}$	-4.0343	-6.8189	4.2731	7.4161	-8.8763	-16.7190	-26.5440	22.4360	6.6856
$a_6 \cdot 10^{-8}$	0.2289	2.5060	0.2667	-0.2176	1.7287	1.7842	2.5099	-1.5622	-0.1477
$a_7 \cdot 10^{-4}$	-5.4123	-12.8345	2.2321	-1.5832	-3.1230	0.7424	2.9118	0.1396	-0.2321
$a_8$	285.1277	-26.4281	18.4524	-5.0177	22.5104	-0.1037	-1.1125	0.01381	-0.00804
$a_9 \cdot 10^{-13}$	4.1267	-3.9903	-7.3214	-8.5034	-2.8295	6.4358	0.1502	-1.8908	-9.4690

Таблиця 4. Похибки залежностей

	Залежність						
	$f_2$	$f_3$	$f_5$	$f_6$	$f_7$	$f_8$	$f_9$
$\Delta_{\text{ср}} \cdot 10^{-6}$	3.166	2.151	1.413	0.666	0.516	0.354	0.334
$\delta_{\text{ср}} \cdot 10^{-6}$	9.753	6.503	3.790	1.986	1.409	1.019	0.968
$\Delta_{\text{max}} \cdot 10^{-3}$	28.69	23.77	11.89	5.70	5.78	3.02	3.55
$\delta_{\text{max}} \cdot 10^{-2}$	8.60	7.123	2.968	1.840	1.54	0.80	0.946
СКВ $\cdot 10^{-8}$	2.821	1.633	0.600	0.112	0.079	0.025	0.023

З даних таблиці 4 видно, що за критерієм середніх похибок та СКВ всі залежності вдовольняють вимогам до інженерних розрахунків.

Експериментальні табличні дані нормального коефіцієнта випромінювання вольфраму мають 3 – 4 вірні цифри.

Розраховані середні похибки забезпечують мінімум 5 знаків. За мінімаксним критерієм для інтегральних розрахунків з відносною похибкою в

5 % не можуть бути застосовані лінійні вирази  $f_2$ ,  $f_3$ , а похибку менше 1 % забезпечують тільки вирази  $f_8$ ,  $f_9$ .

З метою отримання комплексного виразу з мінімальними похибками по всіх внутрішніх спектральних піддіапазонах було проведено розрахунки похибок по кожному піддіапазону для всіх моделей. Результати розрахунків наведено в табл. 5 – табл.12.

Таблиця 5. Похибки наближення  $f_2$ 

Оцінка	Спектральний діапазон								
	П0	П1	П2	П3	П4	П5	П6	П7	П8
$\Delta_{\max} \cdot 10^{-3}$	28.69	5.07	0.66	2.29	1.03	2.64	4.87	23.69	18.06
$\delta_{\max} \cdot 10^{-2}$	8.60	1.13	0.14	0.26	0.23	0.59	1.31	7.90	7.05
СКВ $\cdot 10^{-4}$	15.55	1.98	0.37	0.53	0.32	0.94	1.61	5.17	3.34

Таблиця 6. Похибки наближення  $f_3$ 

Оцінка	Спектральний діапазон								
	П0	П1	П2	П3	П4	П5	П6	П7	П8
$\Delta_{\max} \cdot 10^{-3}$	23.77	4.40	0.68	1.14	1.04	1.55	3.39	6.14	9.66
$\delta_{\max} \cdot 10^{-2}$	7.12	0.98	0.14	0.26	0.23	0.39	0.86	1.85	4.33
СКВ $\cdot 10^{-4}$	15.30	1.94	0.33	0.53	0.31	0.40	1.48	1.49	2.40

Таблиця 7. Похибки наближення  $f_5$ 

Оцінка	Спектральний діапазон								
	П0	П1	П2	П3	П4	П5	П6	П7	П8
$\Delta_{\max} \cdot 10^{-3}$	5.68	3.48	0.77	0.48	0.99	1.78	2.05	3.68	4.99
$\delta_{\max} \cdot 10^{-2}$	1.51	0.72	0.16	0.10	0.22	0.44	0.53	1.01	1.95
СКВ $\cdot 10^{-4}$	3.14	1.26	0.24	0.23	0.29	0.31	0.64	0.68	0.84

Таблиця 8. Похибки наближення  $f_6$ 

Оцінка	Спектральний діапазон								
	П0	П1	П2	П3	П4	П5	П6	П7	П8
$\Delta_{\max} \cdot 10^{-3}$	5.70	3.99	0.76	0.51	0.93	1.41	1.99	2.44	4.71
$\delta_{\max} \cdot 10^{-2}$	1.52	0.83	0.16	0.11	0.21	0.35	0.52	0.67	1.84
СКВ $\cdot 10^{-4}$	3.14	1.25	0.24	0.22	0.27	0.27	0.54	0.45	0.84

Таблиця 9. Похибки наближення виразу Пона

Оцінка	Спектральний діапазон								
	П0	П1	П2	П3	П4	П5	П6	П7	П8
$\Delta_{\max} \cdot 10^{-3}$	63.66	13.51	0.83	0.82	1.37	3.49	5.71	6.35	4.02
$\delta_{\max} \cdot 10^{-2}$	19.09	2.81	0.18	0.19	0.31	0.87	1.48	1.74	1.85
СКВ $\cdot 10^{-4}$	26.50	3.16	0.42	0.39	0.55	0.64	2.05	0.96	0.93

Таблиця 10. Похибки наближення  $f_7$ 

Оцінка	Спектральний діапазон								
	П0	П1	П2	П3	П4	П5	П6	П7	П8
$\Delta_{\max} \cdot 10^{-3}$	5.78	2.81	0.76	0.46	0.94	1.31	1.28	2.27	1.50
$\delta_{\max} \cdot 10^{-2}$	1.54	0.60	0.16	0.10	0.21	0.33	0.33	0.79	0.78
СКВ $\cdot 10^{-4}$	3.14	1.04	0.24	0.22	0.26	0.27	0.38	0.42	0.33

Таблиця 11. Похибки наближення  $f_8$ 

Оцінка	Спектральний діапазон								
	П0	П1	П2	П3	П4	П5	П6	П7	П8
$\Delta_{\max} \cdot 10^{-3}$	3.61	1.53	0.68	0.55	0.84	1.31	1.20	2.27	1.29
$\delta_{\max} \cdot 10^{-2}$	0.96	0.32	0.14	0.12	0.19	0.33	0.31	0.73	0.59
СКВ $\cdot 10^{-4}$	1.05	0.67	0.23	0.19	0.24	0.27	0.36	0.41	0.30

Таблиця 12. Похибки наближення  $f_9$ 

Оцінка	Спектральний діапазон								
	П0	П1	П2	П3	П4	П5	П6	П7	П8
$\Delta_{\max} \cdot 10^{-3}$	3.55	1.58	0.74	0.48	0.87	1.22	1.41	2.25	1.18
$\delta_{\max} \cdot 10^{-2}$	0.95	0.33	0.16	0.11	0.19	0.31	0.37	0.72	0.62
СКВ $\cdot 10^{-4}$	1.05	0.67	0.20	0.17	0.24	0.26	0.32	0.41	0.29

Завеликі похибки моделі  $f_7$  з параметрами Пона для ультрафіолетового діапазону:  $\delta_{\max}=0.19$ ,  $\Delta_{\max}=0.006$ , – пояснюються тим, що коефіцієнти Пона [12] задано для діапазону 0.34 мкм – 2.6 мкм. Розраховані параметри забезпечують суттєве підвищення точності.

Спільномірні похибки наявні тільки для видимого піддіапазону 420 нм – 480 нм. Для інших діапазонів похибки зменшені 1.5 – 5.3 в разів.

За аналізом даних табл. 5 – табл. 12 були сформовані комплексні вирази з мінімальною інтервальною відносною похибкою  $\delta_{\max}$  та СКВ (табл. 13, табл. 14).

Комплексний вираз забезпечує методичну похибку наближення менше 1 % у всьому спектральному

діапазоні 0.26 мкм – 2.7 мкм, а в видимому діапазоні 0.3 мкм – 0.94 мкм – менше 0.5 %.

Для оцінки ефективності застосування виразів в розрахунках на системах з обмеженими обчислювальними потужностями, наприклад, у вбудованих контролерах систем автоматизації, була проведена оцінка часових витрат.

Часові витрати оцінювались показниками системного таймера комп'ютера при циклічному розрахунку за відповідними виразами. Час вимірювався 15 разів з наступним осередненням.

Результати відносних часових витрат  $t$  відносно часу на розрахунок виразу  $f_2$  наведено в таблиці 15.

Таблиця 13. Вирази з мінімальною  $\delta_{\max}$ 

	Спектральний діапазон								
	П0	П1	П2	П3	П4	П5	П6	П7	П8
Вираз	$f_9$	$f_8$	$f_2$	$f_5$	$f_8$	$f_9$	$f_8$	$F_6$	$f_8$
$\delta_{\max} \cdot 10^{-2}$	0.95	0.32	0.14	0.10	0.19	0.31	0.31	0.67	0.58

Таблиця 14. Вирази з мінімальною СКВ

	Спектральний діапазон								
	П0	П1	П2	П3	П4	П5	П6	П7	П8
Вираз	$f_8$	$f_8$	$f_9$	$f_9$	$f_8$	$f_9$	$f_9$	$f_8$	$f_9$
СКВ $\cdot 10^{-4}$	1.05	0.67	0.20	0.17	0.24	0.26	0.32	0.41	0.29

Таблиця 15. Часові витрати

Наближення	$f_2$	$f_3$	$f_5$	$f_6$	$f_7$	$f_8$	$f_9$
$t$	1.000	1.669	2.571	3.048	3.857	4.219	4.878

Таблиця 16. Похибки наближення інтегральні адитивні рівного впливу ( $K=1$  – ідеал)

	Спектральний діапазон								
	П0	П1	П2	П3	П4	П5	П6	П7	П8
Вираз	$f_8$	$f_2$	$f_2$	$f_2$	$f_2$	$f_2$	$f_2$	$f_3$	$f_5$
K	5.94	2.98	1.37	1.72	1.32	1.94	2.62	3.16	3.41

Таблиця 17. Похибки наближення інтегральні адитивні 10-ти кратної переваги точності

	Спектральний діапазон								
	П0	П1	П2	П3	П4	П5	П6	П7	П8
Вираз	$f_8$	$f_8$	$f_2$	$f_5$	$f_2$	$f_5$	$f_8$	$f_6$	$f_8$
K	14.73	10.91	4.72	4.82	4.18	5.62	7.78	7.58	7.24

Таблиця 18. Похибки наближення інтегральні адитивні 50-ти кратної переваги точності

	Спектральний діапазон								
	П0	П1	П2	П3	П4	П5	П6	П7	П8
Вираз	$f_8$	$f_8$	$f_5$	$f_9$	$f_8$	$f_6$	$f_9$	$f_8$	$f_8$
K	56.78	37.61	14.85	13.39	16.35	16.60	20.94	24.98	19.31

Порівняння ефективності виразів проводилося за адитивним критерієм похибки СКВ та часових витрат. Оскільки значення СКВ мають порядок  $10^{-4}$ , то для вирівнювання впливу значення СКВ додатково множилося на 10000.

Результати моделювання наведено в табл. 16, табл. 17.

## Висновки

В результаті виконаних досліджень отримано наступне:

1. Розширено дію моделі Ларабі для напівсферичного коефіцієнта випромінювання з 0.34 мкм до 0.31 мкм. Отримано скориговані коефіцієнти, які покращують точність розрахунків порівня-

- но з вихідними в 1.4 - 4 рази для різних оцінок похибок.
2. Розширено дію моделі Пона для нормального коефіцієнта випромінювання з 0.34 мкм – 2.6 мкм до 0.23 мкм – 2.7 мкм. Отримано скориговані коефіцієнти, які покращують точність розрахунків порівняно з вихідними в 1.5 – 5.3 рази для різних оцінок похибок.
  3. Оцінені часові параметри та параметри точності поліноміальних моделей нормального коефіцієнта випромінювання. Запропоновані параметри комплексних поліноміальних моделей для досягнення мінімальних похибок наближення та оптимального співвідношення точність/час розрахунку.
  4. У подальших дослідженнях доцільно розробити практичні пропозиції щодо застосування отриманих результатів для створення вітчизняних метрологічних установок для вимірювання характеристик та калібрування телевізійної апаратури з використанням доступних на ринку ламп розжарювання.

#### Література

- [1] Teresa Hunt, Ruth Montgomery, Neil Harrison, Emma Woolliams, "QTH Filament Collapse: An Investigation into the Collapse of Filaments of FEL QTH Lamps used as Irradiance Standards", *NPL REPORT DQL-OR 003*, 2004.
- [2] Maija Ojanen, Petri Karha, Saulius Nevas, Armin Sperling, Henrik Mantynen and Erkki Ikonen, "Double-coiled tungsten filament lamps as absolute spectral irradiance reference sources", *Metrologia*, vol. 49, №2, S53–S58, 2012.
- [3] J. H. Walker, R. D. Saunders, J. K. Jackson and D. A. McSparron, "NBS measurement services: spectral irradiance calibrations", *National Bureau of Standards Special Publication 250-20*, 1987.
- [4] R. D. Saunders, J. B. Shumaker, "The 1973 NBS scale of Spectral Irradiance", *NBS Special Publication 594-13*. Washington, D. C., US Government Printing Office, 1977.
- [5] G. Andor, "New data-reduction method in detector-based spectral-irradiance measurements", *Metrologia*, vol. 32, no. 6, pp. 495-496, 1995.
- [6] G. Andor, "Approximation function of spectral irradiance of standard lamps", *Metrologia*, vol. 35, no. 4, pp. 427-429, 1998.
- [7] L. K. Huang, R. P. Cebula and E. Hilsenrath irradiances, "New procedure for interpolating NIST FEL lamp irradiances", *Metrologia*, vol. 35, no. 4, pp. 381-386, 1998.
- [8] Pedro Corredera, Antonio Corrons, Alicia Pons, and Joaquin Campos, "Absolute spectral irradiance scale in the 700–2400 nm spectral range", *Applied Optics*, vol. 29, no. 24, pp. 3530-3534, 1990.
- [9] Maija Ojanen, Petri Kärhä and Erkki Ikonen, "Spectral irradiance model for tungsten halogen lamps in 340–850nm wavelength range", *Applied Optics*, vol. 49, no. 5, pp. 880-886, 2010.
- [10] R. D. Larrabee, "The spectral emissivity and optical properties of tungsten", *Technical report 328*. Massachusetts institute of technology, 1957.
- [11] Ling Fu, Ralf Leutz and Harald Ries, "Physical modeling of filament light sources", *Journal of Applied Physics*, vol. 100, is. 10, pp. 103528-1 - 103528-8, 2006.
- [12] R. M. Pon, J. P. Hessler, "Spectral emissivity of tungsten: analytical expression for the 340-nm to 2.6 mkm spectral region", *Applied Optics*. vol. 23, no. 7, pp. 975-976, 1984.
- [13] J. C. De Vos, "A new determination of the emissivity of tungsten ribbon", *Physica*, vol. XX, pp. 690-714, 1957.
- [14] Igor Kravchenko, Maryna Mamuta, "Emissivity of filament lamps", *Herald of Khmelnytskyi national university, Issue 3 (321)*, pp. 223-239, 2023.

UDC 004.94 621.32 628.9

#### I. Kravchenko, V. Mykytenko

*National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute», Kyiv, Ukraine*

#### COMPUTER MODELS OF INCANDESCENT LAMPS

The article is devoted to the research of existing and the development of new computer models of the hemispherical and normal spectral coefficient of emission of optical incandescent lamps. Optical lamps (filament electric lamp, FEL) remain a prevalent source of radiation in various optoelectronic systems today. They provide radiation in the ultraviolet, visible, near-infrared (IR-A, NIR), and mid-infrared (IR-B, SWIR) spectral ranges and have typical color temperatures of 2300 K, 2850 K, 3200 K.

An analysis of two groups of existing FEL models was carried out.

The models of the first group are oriented primarily for existing calibration and certification installations of optoelectronic systems.

The models of the second group are more universal and comprehensive.

They reproduce the element-by-element structure of the modeled optoelectronic system and use the physical and constructive parameters of significant elements in the modeled system. Planck's formula or Wien's approximation is the basis for all types of temperature source models. Existing models are designed for the visible range and the range of



0.34  $\mu\text{m}$  – 2.6  $\mu\text{m}$  for temperatures of 1600 K – 2800 K, which does not take into account all the capabilities of modern FELs.

The aim of the work is to investigate known models and polynomial models for use in calculations of modern optical lamps with temperatures ranging from 2300 K to 3200 K across a wide range of wavelengths, including ultraviolet, IR-A, and IR-B.

The accuracy of the Larabi and Pon models has been analyzed and their parameters have been modified. The obtained dependencies ensure an increase in accuracy by 1.4 - 4 times.

The accuracy and cost-effectiveness of polynomial models of the normal spectral coefficient of radiation in the ultraviolet, visible, IR-A and IR-B spectrum ranges were analyzed. Model coefficients have been calculated based on the criterion of minimizing the root mean square deviation. It has been demonstrated that, according to the criterion of average errors in the range of 0.23  $\mu\text{m}$  - 2.7  $\mu\text{m}$ , all dependencies have errors of less than 5 % throughout the entire range and provide a minimum of 5 correct digits.

According to the criterion of maximum errors with a relative error of 5%, linear expressions cannot be applied, and an error of less than 1 % is provided only by cubic polynomials. A combined polynomial model was formed, which provides a methodological error of approximation of less than 1 % in all spectral sub-ranges, and in the visible range of 0.3  $\mu\text{m}$  - 0.94  $\mu\text{m}$  - less than 0.5 %.

The time costs of the models are determined and the combined models are formed for use in processing systems with limited computing capabilities.

**Keywords:** incandescent lamp; normal radiation coefficient; hemispherical radiation coefficient; tungsten; computer model; modeling, methodical error, absolute error, relative error, standard deviation.

*Надійшла до редакції*

*28 серпня 2023 року*

*Рецензовано*

*25 вересня 2023 року*



© 2023 Copyright for this paper by its authors.  
Use permitted under Creative Commons License Attribution 4.0 International (CC BY 4.0).