

## РЕЗУЛЬТАТИ НАПІВНАТУРНИХ ВИПРОБУВАНЬ АВТОНОМНОГО ВИЗНАЧЕННЯ ДОВГОТИ ТА ШИРОТИ РУХОМОГО ОБ'ЄКТУ

*Аврутов В. В., Нестеренко О. І., Мироненко П. С., Павловський О. М.  
Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», Київ, Україна  
E-mail: [v.avrutov@kpi.ua](mailto:v.avrutov@kpi.ua)*

*Навігаційні параметри такі, як курс, лінійна швидкість, широта та довгота рухомих об'єктів сьогодні визначають, зазвичай використовуючи супутникові навігаційні системи. Однак виникає потреба автономного визначення навігаційних параметрів, коли сигнали супутникової навігаційної системи недоступні з тих чи інших причин. Наприклад, сигнали супутникової навігаційної системи можуть пригнічуватися засобами радіоелектронної протидії.*

*Автономними системами визначення навігаційних параметрів рухомих об'єктів є інерціальні навігаційні системи, в основу роботи яких покладено подвійне інтегрування сигналів акселерометрів – вимірювачів уявного прискорення об'єкта, а також інтегрування сигналів гіроскопів для формування тієї чи іншої системи координат, якщо йдеться про безплатформові інерціальні навігаційні системи (БІНС). Інтегрування вихідних сигналів акселерометрів і гіроскопів, що містять похибки, призводить до накопичення похибок БІНС. Для підвищення точності БІНС інтегрують, наприклад, із супутниковими навігаційними системами. Однак такі системи перестають бути повністю автономними.*

*У статті використовується метод автономного визначення широти та довготи рухомого об'єкта, який являє собою новий метод в інерціальній навігації. В основу роботи методу покладена безкарданна інерціальна технологія, яка на відміну від стандартних методів, що застосовуються в БІНС, не використовує інтегрування вихідних сигналів акселерометрів та гіроскопів. Для визначення кутів широти та довготи застосовуються сигнали гіроскопів, що входять до інерціально-вимірювального модуля (ІВМ).*

*В результаті напівнатурного експерименту перевірено працездатність методу автономного визначення широти та довготи. Для експериментальної перевірки використовувалися дані польоту малогабаритного літального апарату. Дані містили інформацію про кути курсу, тангажу, крену літака, вихідні сигнали трьох мікромеханічних гіроскопів - датчиків кутової швидкості, трьох мікромеханічних акселерометрів, інформацію про широту, довготу і висоту, виміряну приймачем супутникової навігаційної системи, а також інформацію про горизонтальну та вертикальну складові швидкості та поточний час. Наведено графіки розрахункових значень широти, довготи та значень, виміряних з використанням приймача супутникової навігаційної системи. З наведених графіків і таблиць видно, що з певного часу, розрахункові значення збігаються з «еталонними», що підтверджує працездатність методу автономного визначення широти та довготи.*

**Ключові слова:** *гіроскопи; акселерометри; інерціальний вимірювальний модуль; широта; довгота.*

### **Вступ**

Для автономного визначення місцезнаходження рухомих об'єктів використовуються інерціальні навігаційні системи (ІНС) [1-4], основою роботи яких є подвійне інтегрування показань акселерометрів – вимірювачів уявного прискорення об'єкта. Крім акселерометрів ІНС містять гіроскопи, за допомогою яких відбувається фізична (для платформних ІНС) або аналітична (для безплатформних ІНС) побудова тієї чи іншої системи координат.

Подвійне інтегрування вихідних сигналів акселерометрів, що містять нульові сигнали, призводить до накопичення похибок ІНС. Перший спосіб підвищення точності ІНС полягає у використанні дуже точних чутливих елементів – гіроскопів і акселерометрів. Через високу вартість такі чутливі елементи використовуються лише в ІНС підводної і космічної навігації [5, 6]. Другий спосіб підвищення точності ІНС – інтегрування або комплекс-

сування їх зі супутниковими навігаційними системами [7]. Однак, такі системи перестають бути повністю автономними.

Відомі загальні співвідношення для визначення довготи і широти у лінійних координатах [8]. У роботах [9, 10] запропоновано метод автономного визначення довготи і широти на рухомій основі, за яким використовується вимірювання абсолютної кутової швидкості об'єкта, а також розроблено математичну модель похибок даного методу. Під автономним мається на увазі метод, який не використовує астрономічні, супутникові навігаційні або радіонавігаційні системи. У цій роботі наводиться алгоритм, який використовується при автономному визначенні довготи і широти на рухомій основі, показана дискретна форма визначення поточної довготи, а також наводяться результати напівнатурного моделювання методу автономного визначення довготи і широти на рухомій основі.

### 1. Опис методу визначення широти і довготи

Введемо до розгляду наступні системи координат:  $O\xi\eta\zeta$  – географічна система координат, причому вісь  $O\eta$  направлена на північ, вісь  $O\xi$  – на схід, а  $O\zeta$  – місцева вертикаль,  $Oxuz$  – система координат, пов'язана з інерціально-вимірвальним модулем (ІВМ), який жорстко пов'язаний з об'єктом (рис. 1).

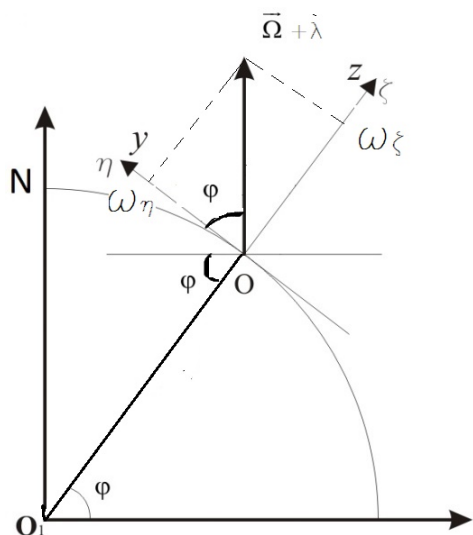


Рис.1. Положення ІВМ відносно Землі

Проекції абсолютної кутової швидкості на осі  $O\eta$  і  $O\xi$  матимуть вигляд [9]:

$$\begin{aligned}\omega_\eta &= (\Omega + \dot{\lambda}) \cos \varphi; \\ \omega_\xi &= (\Omega + \dot{\lambda}) \sin \varphi.\end{aligned}\quad (1)$$

Тут  $\Omega$  – кутова швидкість обертання Землі,  $\varphi$ ,  $\lambda$  – поточні значення широти і довготи відповідно.

Очевидно, що широту можна визначити за формулою

$$\varphi = \arctg \frac{\omega_\xi}{\omega_\eta}.\quad (2)$$

Для визначення поточної довготи скористаємося, наприклад, першим співвідношенням (1).

$$\mathbf{C}_n^b = \begin{bmatrix} \cos \gamma \cos \psi - \sin \gamma \sin \theta \sin \psi & \cos \gamma \sin \psi + \sin \gamma \sin \theta \cos \psi & -\sin \gamma \cos \theta \\ -\cos \theta \sin \psi & \cos \theta \cos \psi & \sin \theta \\ \sin \gamma \cos \psi + \cos \gamma \sin \theta \sin \psi & \sin \gamma \sin \psi - \cos \gamma \sin \theta \cos \psi & \cos \gamma \cos \theta \end{bmatrix}.\quad (4)$$

Зв'язок між осями  $O\xi\eta\zeta$  і  $Oxuz$  можна виразити через матрицю напрямних косинусів  $\mathbf{C}_b^n$ :

$$\begin{bmatrix} \omega_\xi \\ \omega_\eta \\ \omega_\zeta \end{bmatrix} = \mathbf{C}_b^n \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}.\quad (5)$$

Інтегруючи його і переходячи до дискретної форми, можна отримати

$$\lambda = \lambda_0 + \sum_{k=0}^n \left( \frac{\omega_{\eta k}}{\cos \varphi_k} - \Omega \right) \Delta t,\quad (3)$$

де  $\Delta t = t_k - t_{k-1}$  – такт знімання та обробки інформації,  $t_k, t_{k-1}$  – моменти часу на  $k$ -ому і  $k-1$  такті.

Відзначимо, що для першого інтегрування необхідно знати початкове значення довготи  $\lambda_0$ .

Для визначення поточних значень широти і довготи рухомого об'єкта виникає завдання у вираженні  $\omega_\eta$ ,  $\omega_\zeta$  через проекції абсолютної кутової швидкості об'єкта  $\omega_{bx}, \omega_{by}, \omega_{bz}$ , які вимірюються, наприклад, гіроскопами ІВМ в осях  $Oxuz$ .

Нехай  $\psi, \theta, \gamma$  – кути повороту об'єкта (курс, тангаж, крен) відносно географічної системи координат  $O\xi\eta\zeta$  (рис. 2).

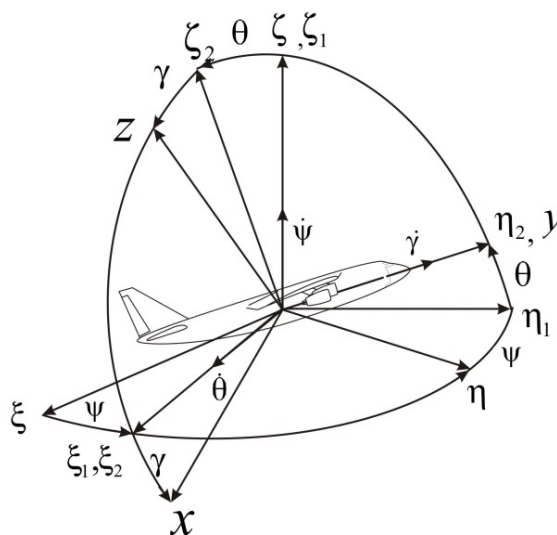


Рис. 2. Орієнтація ІВМ

Для даної послідовності поворотів, матриця напрямних косинусів  $\mathbf{C}_n^b$  переходу від системи координат  $O\xi\eta\zeta$  до  $Oxuz$  набуває вигляду (4):

де  $C_b^n$  – транспонована матриця  $C_n^b$ .

Проекції переносної кутової швидкості повороту об'єкта на пов'язані осі мають вигляд:

$$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_{bx} - \dot{\theta} \cos \gamma + \dot{\psi} \cos \theta \sin \gamma \\ \omega_{by} - \dot{\psi} \sin \theta - \dot{\gamma} \\ \omega_{bz} - \dot{\theta} \sin \gamma - \dot{\psi} \cos \theta \cos \gamma \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Кути повороту об'єкта  $\psi, \theta, \gamma$  можуть бути отримані з використанням, наприклад, алгоритму гіроскопічної курсовертикалі або алгоритмів безкарданної інерціальної системи орієнтації, що входить до складу безплатформної інерціальної навігаційної системи [2, 5], побудованої на основі того ж ІВМ, який містить крім трьох гіроскопів ще три акселерометри і, можливо, три магнітометри.

Матрицю  $C_b^n$  можна знайти, наприклад, використовуючи узагальнене рівняння Пуассона [10]:

$$\dot{C}_b^n = C_b^n [\omega_b] - [\omega_n] C_b^n, \quad (7)$$

де

$$[\omega_b] = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{bz} & \omega_{by} \\ \omega_z & 0 & -\omega_{bx} \\ -\omega_{by} & \omega_{bx} & 0 \end{bmatrix},$$

$$[\omega_n] = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_\zeta & \omega_\eta \\ \omega_\zeta & 0 & -\omega_\xi \\ -\omega_\eta & \omega_\xi & 0 \end{bmatrix},$$

$$\omega_\xi = -\frac{v_N}{R}; \quad \omega_\eta = \Omega \cos \varphi_{k-1} + \frac{v_E}{R};$$

$$\omega_\zeta = \Omega \sin \varphi_{k-1} + \frac{v_E}{R} \operatorname{tg} \varphi_{k-1}.$$

Тут  $v_N, v_E$  – північна та східна складові лінійної швидкості об'єкту, виміряні, наприклад, системою повітряних сигналів або отримані інтегруванням вихідних сигналів акселерометрів;  $\varphi_{k-1}$  – широта, порахована на  $k-1$  такті.

Оскільки

$$C_b^n = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix}, \quad (8)$$

тоді з матричного рівняння (5) отримаємо шукані проекції  $\omega_\eta, \omega_\zeta$ :

$$\begin{aligned} \omega_\eta &= c_{21} \omega_x + c_{22} \omega_y + c_{23} \omega_z, \\ \omega_\zeta &= c_{31} \omega_x + c_{32} \omega_y + c_{33} \omega_z. \end{aligned} \quad (9)$$

Кути орієнтації об'єкта  $\psi, \theta, \gamma$  отримаємо, використовуючи елементи матриці  $C_b^n$ :

$$\begin{aligned} \psi &= \operatorname{arctg} \left( -\frac{c_{12}}{c_{22}} \right), \quad \theta = \operatorname{arcsin} c_{32}, \\ \gamma &= \operatorname{arctg} \left( -\frac{c_{31}}{c_{33}} \right). \end{aligned} \quad (10)$$

Отже, для визначення проекцій  $\omega_\eta, \omega_\zeta$  необхідно знати проекції абсолютної кутової швидкості об'єкта  $\omega_{bx}, \omega_{by}, \omega_{bz}$ , які вимірюються гіроскопами ІВМ, елементи матриці напрямних косинусів, кути повороту об'єкту  $\psi, \theta, \gamma$  та їхні похідні, які отримуються з використанням алгоритму гіроскопічної курсовертикалі, побудованої на основі того ж ІВМ.

Отримані вирази (9) підставимо до виразу (2) для визначення широти:

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{c_{31} \omega_x + c_{32} \omega_y + c_{33} \omega_z}{c_{21} \omega_x + c_{22} \omega_y + c_{23} \omega_z}. \quad (11)$$

Аналогічно можна підставити значення з (9) до виразу (3) для визначення довготи:

$$\lambda = \lambda_0 + \sum_{k=0}^n \left( \frac{c_{21} \omega_{xk} + c_{22} \omega_{yk} + c_{23} \omega_{zk} - \Omega}{\cos \varphi_k} \right) \Delta t. \quad (12)$$

Для перевірки отриманих залежностей проводились обчислення широти і довготи, розраховані з використанням співвідношень (11) і (12) відповідно. Швидкість руху основи приймалася рівною 200 м/с, 400 м/с і 600 м/с. Початкові координати приймалися рівними  $50^\circ$  північної широти і  $30^\circ$  східної довготи.

Паралельно виконувались контрольні обчислення широти і довготи шляхом інтегрування відомих співвідношень [8]:

$$\dot{\varphi} = \frac{v_N}{R}, \quad \dot{\lambda} = \frac{v_E}{R \cos \varphi}. \quad (13)$$

Результати показали практичний збіг обчислених значень широти (11) і довготи (12) з «еталонними» значеннями, обчисленими за формулами (13). Відмінність обчислених і «еталонних» значень широти і довготи не перевищує  $10^{-13}$  град.

Отже, отримані вирази (11) і (12) дозволяють обчислювати широту і довготу об'єкта при його русі. При цьому, вирази (11) і (12) не накладають обмежень на траєкторію руху. Відзначимо, що порівняно з традиційним алгоритмом БНС обчислення широти обходиться без інтегрування показань акселерометрів, а обчислення довготи вимагає лише однократного інтегрування показань гіроскопів.

Якщо для визначення широти місця достатньо мати сигнали гіроскопів ІВМ, елементи матриці напрямних косинусів, кути повороту об'єкта  $\psi, \theta, \gamma$  та їхні похідні, то для визначення довготи необхідно, крім того, знати початкове значення довготи.

## 2. Експериментальні результати методу автономного визначення широти і довготи рухомого об'єкта

Для перевірки ефективності розробленого методу автономного визначення широти і довготи використовувалися експериментальні дані ІНС, отримані одним із авторів в польоті на невеликому літаку Cessna (рис. 3, а) недалеко від м. Орlando (шт. Флорида, США). Такі дані містили інформацію про кути курсу, тангажа, крену літака, вихідні сигналих трьох мікромеханічних гіроскопів – датчиків кутової швидкості, трьох мікромеханічних акселерометрів, інформацію про широту, довготу і

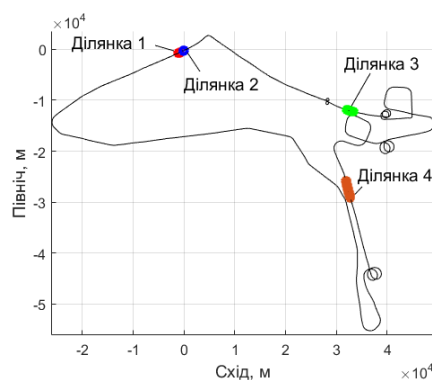


а

висоту, виміряну приймачем супутникової навігаційної системи (СНС), а також інформацію про горизонтальну і вертикальну складові швидкості літака і поточний час.

Загальний час польоту становив трохи більше 104 хвилин, траєкторія польоту літака зображена на рис. 3, б.

На рис.4 – рис.7 наведено графічні залежності вихідних сигналів гіроскопів, а також графічні залежності широти і довготи від часу для чотирьох ділянок польоту (крива 1 – розрахункові значення широти, крива 2 – значення широти, виміряні за допомогою приймача СНС).



б

Рис.3. Літак Cessna і його траєкторія польоту

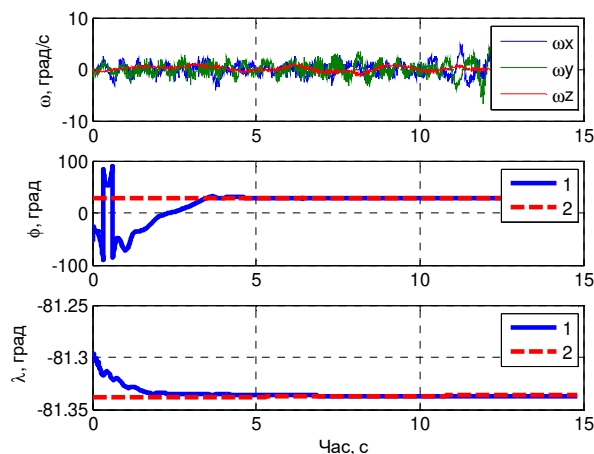


Рис.4. Вихідні сигнали гіроскопів, широта і довгота для 1-ї ділянки польоту

З рис. 4 видно, що починаючи з 3-ї секунди, значення широти, розраховані розробленим методом, коливаються біля значень широти, виміряної приймачем СНС, а починаючи з 2-ї секунди, розраховані розробленим методом значення довготи, прагнуть до значення довготи, яка вимірювалася приймачем СНС.

З рис. 5 видно, що починаючи з 2-ї секунди, значення широти, розраховані розробленим методом, сходяться до значень широти, виміряної при-

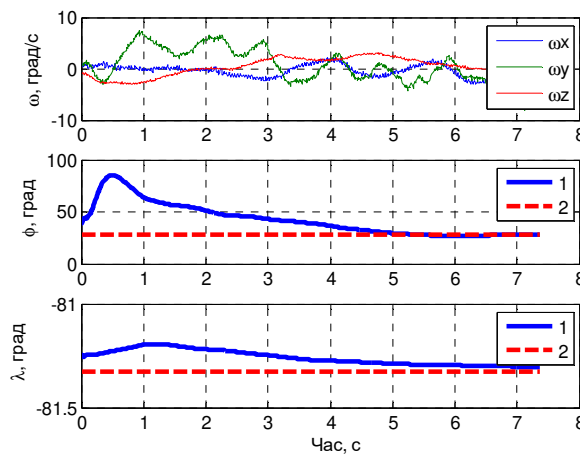


Рис.5. Вихідні сигнали гіроскопів, широта і довгота для 2-ї ділянки польоту

ймачем СНС, а починаючи з 6-ї секунди, розраховані розробленим методом значення довготи прагнуть до значення довготи, виміряної приймачем СНС.

З рис. 6 видно, що починаючи з 2-ї секунди, значення широти, розраховані розробленим методом, коливаються біля значення широти, виміряної приймачем СНС, а починаючи з 5-ї секунди, розраховані розробленим методом значення довготи прагнуть до значення, виміряного приймачем СНС.

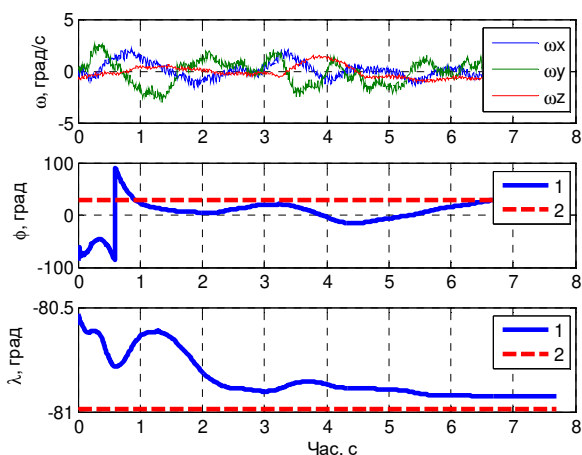


Рис.6. Вихідні сигнали гіроскопів, широта і довгота для 3-ї ділянки польоту

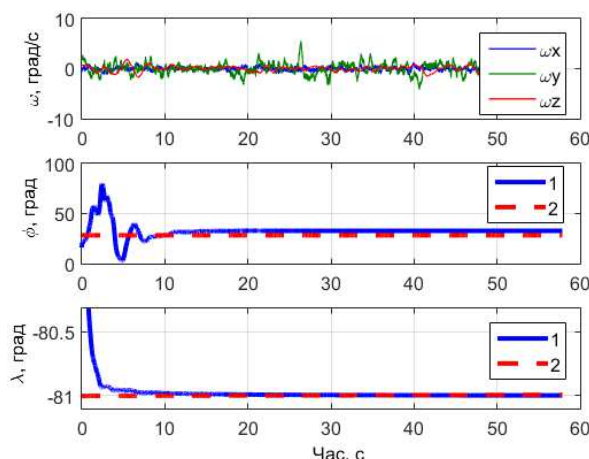


Рис.7. Вихідні сигнали гіроскопів, широта і довгота для 4-ї ділянки польоту

З рис. 7 видно, що починаючи з 10-ї секунди, значення широти, розраховані розробленим методом, встановлюються біля значення широти, виміряної приймачем СНС, а починаючи з 5-ї секунди (видно за числовими даними), розраховані розробленим методом значення довготи наближаються до значення, виміряного приймачем СНС.

Відмінність вихідних сигналів гіроскопів на ділянках траєкторії польоту викликана маневруванням літака через турбулентність.

Для зменшення впливу шумів гіроскопів і маневрування об'єкту використовувалися згладжувальні фільтри, параметри яких обиралися виходячи з мінімуму помилки визначення широти для кожної ділянки траєкторії. В якості згладжувальних фільтрів використовувалися аперіодичні фільтри, сталі часу яких обиралися для кожної ділянки траєкторії. Водночас, чітко видно перехідний процес, викликаний інерційністю згладжувального фільтру.

У табл.1 наведені числові результати розрахунків похибок широти і довготи для зазначених ділянок траєкторії польоту.

Таблиця 1. Числові значення похибок широти і довготи для ділянок траєкторії польоту

№ ділянки польоту	Похибка широти, град	Похибка довготи, град
1	0.002	0.0005
2	0.015	0.0085
3	0.052	0.0007
4	0.022	0.0063

Як видно з наведених результатів, максимальні похибки визначення широти, розраховані розробленим методом, не перевищують величини 0,052 град, а мінімальні – 0,002 град.

Максимальні похибки визначення довготи дорівнюють 0,0085 град, мінімальні – 0,0005 град. Причому похибки визначення довготи, розрахова-

ні розробленим методом, значно менші за похибки визначення широти.

### Висновки

Запропоновано автономний спосіб визначення довготи і широти на рухомій основі без накладення обмежень на характер траєкторії руху об'єкту. Водночас, обчислення широти обходиться без інтегрування показань акселерометрів, а обчислення довготи вимагає лише однократного інтегрування показань гіроскопів.

Порівняння результатів розрахункових значень широти і довготи з реальними даними експериментального польоту літака підтвердили працездатність методу автономного визначення широти і довготи.

Розроблений спосіб визначення довготи і широти на рухомій основі може бути альтернативою стандартним методам з подвійним інтегруванням сигналів акселерометрів і може застосовуватися у якості резервного алгоритму без зміни складу інерціально-вимірювального модуля.

### Література

- [1] D. H. Titterton, and J. L. Weston, *Strapdown Inertial Navigation Technology*. IEE Radar, Sonar, Navigation and Avionics, Series 17, 2004.
- [2] Robert M. Rogers, *Applied Mathematics in Integrated Navigation Systems, Second Edition*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2003.
- [3] K. R. Britting, *Inertial navigation system analysis*. Wiley Interscience, New York, 1971.
- [4] A. B. Chatfield, *Fundamentals of High Accuracy Inertial Navigation*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1997.
- [5] A. Lawrence, *Modern Inertial Technology - Navigation, Guidance, and Control*. Springer-Verlag, Second Edition, 1998.



- [6] N. Barbour, G. Schmidt, "Inertial Sensor Technology Trends", *IEEE Sensors Journal*, vol.1, no. 4, pp. 332-339, 2001.  
DOI:10.1109/7361.983473.
- [7] G. T. Schmidt, "GPS Based Navigation Systems in Difficult Environments", *Gyroscopy and Navigation*, vol. 10, no 2, pp. 41-53, 2019.
- [8] I. Sofair, "Improved Method for Calculating Exact Geodetic Latitude and Altitude", *AIAA Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 20, no 4, pp. 824-826, July-August, 1997.  
DOI: 10.2514/2.4119
- [9] V. V. Avrutov, L. M. Ryzhkov, "The method for autonomous determination of longitude and latitude of a moving object", *International Applied Mechanics*, vol. 57, no.1, January, pp. 97-102, 2021.
- [10] V. Avrutov, O. Nesterenko, L. Ryzhkov, "An Alternative Autonomous Location Determining", in *Proceedings of the 2022 DGON Inertial Sensors and Systems (ISS)*, Braunschweig, Germany, September 13-14, 2022. P. 16. ISSN: 2377-3480;,. ISBN: 978-1-6654-9021-4; IEEE Catalog Number: CFP2257W-ART.
- [11] O. S. Salychev, *Applied Inertial Navigation: Problems and Solutions*. Moscow: BMSTU Press, 2004.

УДК 629.05

**V. Avrutov, O. Nesterenko, P. Myronenko, O. Pavlovskyi**

*National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Kyiv, Ukraine*  
RESULTS OF SEMI-NATURAL TESTS OF THE AUTONOMOUS DETERMINATION OF THE VEHICLE LONGITUDE AND LATITUDE

Navigation parameters such as vehicle heading, linear speed and latitude and longitude are determined today, as a rule, using satellite navigation systems. However, there is a need for autonomous determination of navigation parameters when satellite navigation system signals are unavailable for one reason or another. For example, satellite navigation system signals can be jammed by electromagnetic countermeasures.

Autonomous systems for determining the vehicle navigation parameters are inertial navigation systems, the basis of which is the double integration of signals from accelerometers, as well as the integration of signals from gyroscopes to form one or another coordinate system, if we are talking about strapdown inertial navigation systems (SINS). Integration of the output signals of accelerometers and gyroscopes, which contain errors, leads to the accumulation of SINS errors. To increase accuracy, SINS are integrated, for example, with satellite navigation systems. However, such systems cease to be completely autonomous.

The article uses the method of autonomous determination of vehicle latitude and longitude, which is a new method in inertial navigation. The method is based on the strapdown inertial technology, which, unlike the standard methods used in SINS, does not use the integration of the output signals of accelerometers and gyroscopes. To determine the angles of latitude and longitude, the signals of the gyroscopes included in the inertial measurement unit (IMU) are used.

As a result of a semi-natural experiment, the efficiency of the method of autonomous determination of latitude and longitude was verified. Flight data of a small-sized aircraft were used for experimental verification. The data contained information about the angles of the heading, pitch, roll of the aircraft, the output signals of three micromechanical gyroscopes, three micromechanical accelerometers, information about latitude, longitude and altitude measured by the receiver of the satellite navigation system, as well as information about the horizontal and vertical components of speed and current time. Plots of calculated values of latitude and longitude and values measured using the receiver of the satellite navigation system are given. From the given plots and tables, it can be seen that from a certain time, the calculated values coincide with the "reference" ones, which confirms the efficiency of the method of autonomous determination of latitude and longitude.

**Keywords:** gyroscopes; accelerometers; latitude; longitude; inertial measurement unit.

Надійшла до редакції  
12 жовтня 2022 року

Рецензовано  
15 листопада 2022 року



© 2022 Copyright for this paper by its authors.  
Use permitted under Creative Commons License Attribution 4.0 International (CC BY 4.0).