МЕТОДИ І СИСТЕМИ ОПТИЧНО-ЕЛЕКТРОННОЇ ТА ЦИФРОВОЇ ОБРОБКИ СИГНАЛІВ

УДК 535.317

THEORETICAL FUNDAMENTALS OF THE CALCULATING THREE-MIRROR DECENTER ANASTIGMATS METHODOLOGY

Artioukhina N. K.
Belarussian National Technical University, Minsk, Belarus
E-mail: art4913@rambler.ru

The article is devoted to the theory of calculating mirror systems with anastigmatic properties, namely, the area of research in terms of developing methods for parametric calculation of dimensions and aberration correction. The such systems can correct three third-order aberrations. Mirror anastigmats allow developing the angular field of view of devices while maintaining a high numerical aperture, which allows them to be used in optoelectronic equipment operating in a wide spectral range. Complete absence of chromatic aberrations, high resolution, permissible wave criteria for image quality provide excellent opportunities for using mirror anastigmatic systems. General methodological approaches have been developed that can be applied to the creation of detailed engineering and technical methods for calculating a group of mirror anastigmatic systems. A serious drawback of reflective optics is center without central screening, which degrades image quality. To eliminate it, rotations or displacements of the mirrors are introduced, but non-elementary aberrations of even orders appear, which must be corrected. The creation of compositions with decentered catoptric elements requires further development of the calculation and methodological base. Mathematical solutions to the problem of creating basic models of non-centered mirror systems are presented. Accurate formulas are obtained for the calculation of real rays from the conditions of astigmatism and coma correction for the given angles of incidence of the chief ray on the mirror surfaces and the «oblique» thickness $\tilde{d}$*, which determines their relative position. Based on the proposed formulas, a new method for parametric calculation of decentered mirror systems has been created, which allows one to compose algorithms and design both basic models and complex mirror systems from off-axis mirrors. The development of new algorithms for two- and three-mirror decenter lenses will increase the accumulated potential of computational optics. The scope of the proposed technique can be expanded in terms of the number of components.*

Keywords: *calculation optics; lens; coma; astigmatism; decenter mirror systems; aberration correction; image quality.*

Introduction. One of the important areas of modern optics and optical instrumentation is the creation of mirror systems with astigmatizm aberration correction, which make it possible to develop the angular field of view of devices while maintaining a high luminosity, for use in optoelectronic equipment operating in a wide spectral range.

Modeling and development of new circuit solutions for mirror systems have been intensively carried out for several decades; this direction is receiving a new round of development in connection with new impulses of research and technologies of space technology and the expansion of the spectral range of wavelengths in scientific research; development of new-generation optoelectronic equipment receivers, which determines the development of a number of other applications of mirror optics: UV microscopy, medicine, photolithography, microelectronics, military equipment, telecommunication systems, information recording [1; 2]. Various schemes and concepts for creating mirror circuits are known.

In [3], the analysis of decenter two-mirror systems is given, the types of compositions are considered: operating with an off-axis field; having entrance pupil decentering or component decentering. The off-axis Cassegrain and Camichel schemes are best known as basic ones [4].

The axisymmetric mirror systems disadvantage is central shielding, which reduces the amount of light, contrast in the image plane, changes the energy distribution in the diffraction spot and increases light scattering [5]. It can be argued that this disadvantage is the need to withdraw the rays reflected by the mirror from the space in which these rays fell on the mirror. To eliminate it, rotations or displacements of the mirrors are introduced, but in this case non-elementary aberrations of even orders appear.

In «*lopsided*» systems or schemes with preservation of one plane of symmetry (the centers of surfaces curvatures are in the same plane), the tilt of the mirrors solve the problem of separating reflected and incident ray beams, but such construction causes the appearance of decenter aberrations: I and II orders astigmatism, II order coma, which need to be corrected.

The approach to solving problems related to the calculation of decentered mirror systems is similar to the approach to creating centered mirrors: by eliminating and compensating for the corresponding aberrations, or by determining the shape of the profile of a mirror surface based on the already known shapes of other mirrors. The question lies in the absence of a general theory of decentered systems aberrations and, as a consequence, the solution of problems by some particular method and way.

One of the solutions to such a problem – the creation of a second-order aberrations theory - was proposed in [6]. This is a method for calculating the second-order aberrations coefficients as partial derivatives of third-order aberrations from the aperture angles and angles of the field of view of an optical system. The disadvantages of this theory include the fact that the expressions of the second-order aberration coefficients were obtained for small values of decentering, as well as the fact that the effects of significant aberrations in some parts of the scheme, where their mutual compensation occurs, may remain unaccounted for.

A completely different approach – an integral method for calculating two-mirror systems, and, basically, two-mirror systems have been studied so far – is described in [7], where the profile of a secondary mirror is calculated when calculating a stigmatic two-mirror system with an independently specified primary mirror of usually spherical shape and the general condition of an off-centered lens, stigmatic in the meridional plane, is derived.

Design in the field of off-center mirror systems has expanded significantly, thanks to new ways of computer optimization. Multi-mirror systems without shielding have been created, which have high optical characteristics and good image quality [8]. The new modeling decenter mirror systems algorithm development makes it possible to increase the accumulated potential in the field of calculation optics.

The aim of this work is to develop theoretical fundamentals for structural models of decenter mirror circuits and calculating two- and three-mirror anastigmatic basic models algorithm based on the coma and astigmatism correction conditions.

Two-mirror decentered module. The simplest is a two-mirror centered system, the properties of which, as well as the location of the mirrors, have been carefully studied [7]. It is advisable to choose such a system to study aberrations in non-centered systems. In the report [9], a basic module consisting of two spherical decenter mirrors is considered, on the axis of which aberrations of astigmatism and coma occur, while the main provisions of the synthesis theory presented in [10] are used. The basic elementary system is considered, consisting of two spherical mirrors, on the axis of which aberrations of astigmatism and coma appear.

It is convenient to determine the magnitude of the first order astigmatism using the meridional and sagittal Abbe – Young invariants [11], which for a reflecting surface, taking into account the facts:

$$\varepsilon = -\varepsilon'; \quad \cos\varepsilon' = \cos\varepsilon,$$

are expressed by the formulas:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{t'} + \dfrac{1}{t} = \dfrac{2}{r\cos\varepsilon}; \\ \dfrac{1}{S'} + \dfrac{1}{S} = \dfrac{2\cos\varepsilon}{r}. \end{cases} \tag{1}$$

Where, t and t'; S and S' – front back and back lengthes in the meridional and sagittal planes, respectively.

For a two mirrors system, we introduce the following designations: r_1 and r_2 are the radii of curvature of the first and second mirrors, ε_1 and ε_2 are the angles of incidence of the chief beam on reflective surfaces, $\tilde{d}$ – is the «oblique» thickness between the mirrors along the chief beam.

We believe that $S_1=t_1=\infty$ (the object is infinitely distant), then the back segments from formula (1) for the *first* mirror are:

$$\frac{1}{t_1'} = \frac{2}{r_1\cos\varepsilon_1}; \frac{1}{S_1'} = \frac{2\cos\varepsilon_1}{r_1}.$$

For the *second* mirror, the expressions for the back segments: $t_1' = t_2 + \tilde{d}$; $S_1' = S_2 + \tilde{d}$, and formula (1) is transformed to the form

$$\begin{cases} \dfrac{1}{t_2'} + \dfrac{1}{t_2} = \dfrac{2}{r_2\cos\varepsilon_2}; \\ \dfrac{1}{S_2'} + \dfrac{1}{S_2} = \dfrac{2\cos\varepsilon_2}{r_2}. \end{cases}$$

The first order astigmatism correction condition. To carry out anastigmatic correction, it is necessary to combine the meridional and sagittal segments $S'_2=t'_2$.

From the Abbe-Young invariants for the second mirror, we obtain the expression:

$$\frac{2}{r_2\cos\varepsilon_2} - \frac{1}{t_2} = \frac{2\cos\varepsilon_2}{r_2} - \frac{1}{S_2}.$$

We have formulas for the connection of parameters in the meridional and sagittal planes:

$$\begin{cases} t_2 = t_1' - \tilde{d} = \dfrac{r_1\cos\varepsilon_1}{2} - \tilde{d}; \\ S_2 = S_1' - \tilde{d} = \dfrac{r_1}{2\cos\varepsilon_1} - \tilde{d}. \end{cases} \tag{2}$$

which in expanded form have the form:

$$\frac{2}{r_2\cos\varepsilon_2} - \frac{1}{\dfrac{r_1\cos\varepsilon_1}{2} - \tilde{d}} = \frac{2\cos\varepsilon_2}{r_2} - \frac{1}{\dfrac{r_1}{2\cos\varepsilon_1} - \tilde{d}},$$

$$\frac{1}{r_2\cos\varepsilon_2}-\frac{\cos\varepsilon_2}{r_2}=\frac{1}{r_1\cos\varepsilon_1-2\tilde{d}}-\frac{\cos\varepsilon_1}{r_1-2\tilde{d}\cos\varepsilon_1}.$$

We transform the resulting expressions:

$$\sin^2\varepsilon_2\left(r_1\cos\varepsilon_1-2\tilde{d}\right)\left(r_1-2\tilde{d}\cos\varepsilon_1\right)=r_1r_2\cos\varepsilon_2\sin^2\varepsilon_1;$$

then multiply $\frac{1}{4\cos\varepsilon_1\sin^2\varepsilon_2}$ we have formula

$$\frac{r_1^2}{4}-\frac{2\tilde{d}r_1}{4\cos\varepsilon_1}-\frac{2\tilde{d}r_1}{4}\cos\varepsilon_1+\tilde{d}^2=\frac{r_1r_2}{4}\frac{\cos\varepsilon_2\sin^2\varepsilon_1}{\cos\varepsilon_1\sin^2\varepsilon_2}.$$

From where we have the *final condition for correcting astigmatism* in a two-mirror non-centered system:

$$\tilde{d}^2+\frac{r_1^2}{4}-\frac{\tilde{d}r_1}{2}\left(\frac{1}{\cos\varepsilon_1}+\cos\varepsilon_1\right)-\frac{r_1r_2}{4}\frac{\sin^2\varepsilon_1\cos\varepsilon_2}{\cos\varepsilon_1\sin^2\varepsilon_2}=0. \quad (3)$$

Knowing the radii of curvature and tilt angles of the mirrors, from condition (3) we determine the «*oblique*» thickness between the mirrors $\tilde{d}$.

Coma correction condition. The image quality of the system under consideration is largely determined by the coma. To estimate the size of the coma, we use the invariant of the meridional coma, obtained for the case of refraction [9]:

$$\frac{R'\cos^3\varepsilon'}{t'^3\sin\varepsilon'}+3\left(\frac{\cos^2\varepsilon'}{t'^2}-\frac{\cos\varepsilon'}{t'r}\right)=\frac{R\cos^3\varepsilon}{t^3\sin\varepsilon}+$$
$$+3\left(\frac{\cos^2\varepsilon}{t^2}-\frac{\cos\varepsilon}{tr}\right), \quad (4)$$

Where, R and R 'are the radii of curvature of the caustic before and after the reflecting surface. The invariant allows you to quickly and accurately determine the state of the system using the course of the chief beam.

Taking into account the relations for the mirror surface cosε' = cosε and, multiplying by $\frac{\sin\varepsilon}{\cos^3\varepsilon}$, we obtain $\frac{R'}{t'^3}=3\,\mathrm{tg}\,\varepsilon\left(\frac{1}{t'^2}-\frac{1}{t^2}\right)-\frac{3\,\mathrm{tg}\,\varepsilon}{r\cos\varepsilon}\left(\frac{1}{t'}-\frac{1}{t}\right)-\frac{R}{t^3}.$

Consider what R'_1 equals under the infinitely distant object condition ($t=\infty$) for the *first* mirror. We have $R'_1=3\,\mathrm{tg}\,\varepsilon_1t'_1(1-\frac{t'_1}{r_1\cdot\cos\varepsilon_1}).$

Transforming, we obtain that for the first mirror the caustic radius is expressed by the formula

$$R'_1=\frac{3}{4}\sin\varepsilon_1r_1.$$

Caustic radius for the second mirror:

$$\frac{R'_2}{t'^3_2}=3\,\mathrm{tg}\,\varepsilon_2\left(\frac{1}{t'^2_2}-\frac{1}{t_2^2}\right)-\frac{3\,\mathrm{tg}\,\varepsilon_2}{r_2\cos\varepsilon_2}\left(\frac{1}{t'_2}-\frac{1}{t_2}\right)-\frac{R_2}{t_2^3}.$$

Where, $R_2=R'_1$, and t'_2 taking into account the formula (1) $\frac{1}{t'_2}=\frac{2}{r_2\cos\varepsilon_2}-\frac{1}{t_2}$.

Let us transform the expression for the invariant of the meridional coma and, accepting the condition for the second order coma eliminating $R'_2=0$, we obtain the relation:

$$\frac{3\,\mathrm{tg}\,\varepsilon_2}{r_2\cos\varepsilon_2}\left(\frac{2}{r_2\cos\varepsilon_2}-\frac{2}{t_2}\right)-\frac{3}{4}r_1\sin\varepsilon_1\frac{1}{t_2^3}=0.$$

Then multiply $\frac{r_2\cos\varepsilon_2t_2^3}{\mathrm{tg}\,\varepsilon_2}$ we have formula

$$t_2^3-t_2^2r_2\cos\varepsilon_2-\frac{r_1r_2^2\sin\varepsilon_1\cos^2\varepsilon_2}{8\,\mathrm{tg}\,\varepsilon_2}=0.$$

Taking into account formula (2), we present the final form of the condition for correcting the coma of a two-mirror decenter system.

$$\left(\frac{r_1\cos\varepsilon_1}{2}-\tilde{d}\right)^3-r_2\cos\varepsilon_2\left(\frac{r_1\cos\varepsilon_1}{2}-\tilde{d}\right)^2-$$
$$-\frac{r_1r_2^2\sin\varepsilon_1\cos^2\varepsilon_2}{8\,\mathrm{tg}\,\varepsilon_2}=0. \quad (5)$$

To determine the parameters of a two-mirror system with first-order astigmatism and second-order coma correction, it is necessary to jointly solve equations (3) and (5).

Let's consider a special case when $S'_2=t'_2=-\tilde{d}$. We have a connection of radii for mirror surfaces using formula (2):

$$r_2=\frac{2\tilde{d}\left(\frac{r_1\cos\varepsilon_1}{2}-\tilde{d}\right)}{\cos\varepsilon_2\left(2\tilde{d}-\frac{r_1\cos\varepsilon_1}{2}\right)}. \quad (6)$$

An algorithm for determining the angle ε_2 was compiled:

1. We use formula for anastigmatic correction

$$\frac{2}{r_2\cos\varepsilon_2}-\frac{1}{t_2}=\frac{2\cos\varepsilon_2}{r_2}-\frac{1}{S_2}.$$

2. Let 's transform this equality. We use (6) for r_2:

$$\cos^2\varepsilon_2\left(2\tilde{d}-\frac{r_1\cos\varepsilon_1}{2}\right)=\tilde{d}-\frac{r_1\cos\varepsilon_1}{2}+\frac{\tilde{d}t_2}{S_2},$$

here $$\frac{\tilde{d}t_2}{S_2}=\tilde{d}\left(\frac{r_1\cos\varepsilon_1}{2}-\tilde{d}\right)\frac{1}{\frac{r_1}{2\cos\varepsilon_1}-\tilde{d}}.$$

3. Conversions are introduced:

$$\cos^2\varepsilon_2\left(2\tilde{d}-\frac{r_1\cos\varepsilon_1}{2}\right)=\left(\tilde{d}-\frac{r_1\cos\varepsilon_1}{2}\right)\times$$
$$\times\left(1-\frac{\tilde{d}}{\frac{r_1}{2\cos\varepsilon_1}-\tilde{d}}\right).$$

4. We have the final formula for the angle ε_2:

$$\cos^2\varepsilon_2=\frac{\left(\frac{r_1\cos\varepsilon_1}{2}-\tilde{d}\right)\left(2\tilde{d}-\frac{r_1}{2\cos\varepsilon_1}\right)}{\left(\frac{r_1}{2\cos\varepsilon_1}-\tilde{d}\right)\left(2\tilde{d}-\frac{r_1\cos\varepsilon_1}{2}\right)}. \quad (7)$$

So, setting r_1 and ε_1, selected taking into account shielding and reducing higher-order aberrations, changing $\tilde{d}$, we determine r_2 and ε_2, after which we calculate the coma value according to formula (5).

Thus, to eliminate the second-order coma, we use the coma invariant, applying it sequentially to each surface, fulfilling the condition $R'_{=}$ 0 common to the system.

With a change in the distance between the mirrors, the angle ε_2 also changes, but the diameter of the main mirror remains constant. With an increase in the angle of inclination ε_1, the coma value increases insignificantly, therefore it is practically impossible to simultaneously correct the first order astigmatism and the second order coma.

Elimination of the second order astigmatism. To solve the problem of evaluating second-order astigmatism, which affects the image quality over the field, it is advisable to use expressions for the so-called *tilt invariants*, which describe the relationship between the surfaces rotations and the tilts of the meridional ψ'_t and sagittal ψ'_t images relative to the chief beam when the entrance pupil is aligned with the surface apex. For the refraction case [9]:

– meridional tilt invariant

$$-\left(2\operatorname{tg}\varepsilon'+\operatorname{tg}\psi'_t\right)\frac{\cos\varepsilon'}{t'}+\frac{\operatorname{tg}\varepsilon'}{r}=$$

$$=-\left(2\operatorname{tg}\varepsilon+\operatorname{tg}\psi_t\right)\frac{\cos\varepsilon}{t}+\frac{\operatorname{tg}\varepsilon}{r} \qquad (8)$$

– sagittal tilt invariant

$$-\frac{\operatorname{tg}\psi'_S}{S'\cos\varepsilon'}+\frac{\operatorname{tg}\varepsilon'}{r}=-\frac{\operatorname{tg}\psi_S}{S\cos\varepsilon}+\frac{\operatorname{tg}\varepsilon}{r}. \qquad (9)$$

Using formulas (8) and (9) for a two-mirror system, when the object is located at infinity, $t = S = \infty$, we have for the first reflecting surface in the meridional plane $tg\psi'_{t_1}=\operatorname{tg}\varepsilon_1$. In the sagittal plane $\operatorname{tg}\psi'_{S_1}=-\operatorname{tg}\varepsilon_1$, i.e. the rotation of the first reflecting surface is associated with the slopes of the meridional and sagittal images by the formulas $\operatorname{tg}\psi'_{t_1}=\operatorname{tg}\varepsilon_1=-\operatorname{tg}\psi'_{S_1}$.

For the second reflecting surface at $\varepsilon_2=-\varepsilon'_2$: in the meridional plane $\operatorname{tg}\psi_{t2}=\operatorname{tg}\psi'_{t1}$; in the sagittal plane $\operatorname{tg}\psi_{S2}=\operatorname{tg}\psi'_{S1}$.

From the slope invariants, we obtain

$$\operatorname{tg}\psi'_{t_2}=\left(\frac{2\operatorname{tg}\varepsilon_2}{r_2\cos\varepsilon_2}+\frac{\operatorname{tg}\varepsilon_1}{t_2}\right)t'_2;$$

$$\operatorname{tg}\psi'_{S_2}=-\left(\frac{2\operatorname{tg}\varepsilon_2\cos\varepsilon_2}{r_2}+\frac{\operatorname{tg}\varepsilon_1}{S_2}\right)S'_2. \qquad (10)$$

To eliminate *the second order astigmatism* associated with image tilts, it is necessary to equate the angles $\psi'_{S2}=\psi'_{t2}$ (10), i.e. combine the straight lines formed by the foci of the meridional and sagittal infinitely thin beams, and combine the focal plane with them. Further, we have

$$\frac{2\operatorname{tg}\varepsilon_2}{r_2}\left(\frac{t'_2}{\cos\varepsilon_2}+\cos\varepsilon_2 S'_2\right)+\operatorname{tg}\varepsilon_1\left(\frac{t'_2}{t_2}+\frac{S'_2}{S_2}\right)=0.$$

Since $\varepsilon_2\neq0$ and $\varepsilon_1\neq0$, two conditions must be met:

$$\begin{cases} t_2=S_2\cos^2\varepsilon_2 \\ t'_2=-S'_2\cos^2\varepsilon_2 \end{cases}.$$

Unlike the 1st order astigmatism, where $t'_2=S'_2$ for the 2nd order astigmatism, $-\cos^2\varepsilon_2$ is added, i.e. $t'_2=-S'_2\cos^2\varepsilon_2$.

The second-order astigmatism correction condition is transformed into two equations that determine the parameters of the second mirror: r_2 and the tilt angle ε_2

$$\begin{cases} r_2=\dfrac{r_1\cos\varepsilon_1-2\tilde{d}}{\cos\varepsilon_2} \\ \cos^2\varepsilon_2=\sqrt{\dfrac{r_1\cos\varepsilon_1-2\tilde{d}}{r_1-2\tilde{d}\ \cos\varepsilon_1}\cos\varepsilon_1} \end{cases}. \qquad (11)$$

In the particular case, when $\tilde{d}=0$, we have the condition of equal inclination of mirrors of the same radius: $r_2=\pm r_1$; $\cos\varepsilon_2=\pm\cos\varepsilon_1$.

Composition with a third mirror. The addition of the third mirror leads to the appearance of new correction parameters of the equivalent system (radius r_3, its inclination angle and distance $\tilde{d}_2$), i. e. with the help of three decentered mirrors, it is possible to correct simultaneously astigmatism of the I and II orders and the II order coma. Formulas for the third mirror are obtained using analytical relations (1) – (11).

The second order astigmatism elimination condition. Determined by the equality of the slopes of the meridional and sagittal images after the third mirror $\psi'_{t3}=\psi'_{s3}$. Using formulas (8) and (9), we obtain:

$$\left[\frac{2\operatorname{tg}\varepsilon_3}{r_3\cos\varepsilon_3}+\left(\frac{2\operatorname{tg}\varepsilon_2}{r_2\cos\varepsilon_2}+\frac{\operatorname{tg}\varepsilon_1}{t_2}\right)\frac{t'_2}{t_3}\right]t'_3=$$

$$=-\left[\frac{2\operatorname{tg}\varepsilon_3\cos\varepsilon_3}{r_3}+\left(\frac{2\operatorname{tg}\varepsilon_2\cos\varepsilon_2}{r_2}+\frac{tg\varepsilon_1}{S_2}\right)\frac{S'_2}{S_3}\right]S'_3.$$

The first order astigmatism eliminating condition for the third mirror is determined by the relation $t_3'=S_3'$. We have another equality:

$$\frac{2\operatorname{tg}\varepsilon_2}{r_2}\frac{t'_2S_3+S'_2t_3\cos^2\varepsilon_2}{t_3S_3\cos\varepsilon_2}+\operatorname{tg}\varepsilon_1\frac{t'_2S_2S_3+S'_2t_2t_3}{t_2S_2t_3S_3}=$$

$$=\frac{2\operatorname{tg}\varepsilon_3}{r_3}\left(\frac{1+\cos^2\varepsilon_3}{\cos\varepsilon_3}\right). \qquad (12)$$

At the same time ($t_3'=S_3'$): $\dfrac{2}{r_3\cos\varepsilon_3}-\dfrac{1}{t_3}=\dfrac{2\cos\varepsilon_3}{r_3}-\dfrac{1}{S_3}$

and

$$S_3t_3=\frac{S_3-t_3}{2\left(1-\cos^2\varepsilon_3\right)}r_3\cos\varepsilon_3. \qquad (13)$$

Substituting (13) into (12), we get:

$$\left(\frac{2t'_2\operatorname{tg}\varepsilon_2}{r_2\cos\varepsilon_2}+\frac{t'_2\operatorname{tg}\varepsilon_1}{t_2}+\operatorname{tg}\varepsilon_3\frac{1+\cos^2\varepsilon_3}{1-\cos^2\varepsilon_3}\right)=$$

$$=\frac{t_3}{S_3}\left(\operatorname{tg}\varepsilon_3\frac{1+\cos^2\varepsilon_3}{1-\cos^2\varepsilon_3}-\frac{2\cos\varepsilon_2 S_2'\operatorname{tg}\varepsilon_2}{r_2}-\operatorname{tg}\varepsilon_1\frac{S_2'}{S_2}\right).$$

Denote $\operatorname{tg}\varepsilon_3\frac{1+\cos^2\varepsilon_3}{1-\cos^2\varepsilon_3}=a$, given that $S_3=S_2'-\tilde{d}_2$, $t_3=t_2'-\tilde{d}_2$, we have:

$$\frac{2\operatorname{tg}\varepsilon_2}{r_2\cos\varepsilon_2}t_2'\left(S_2'-\tilde{d}_2\right)+\left(\operatorname{tg}\varepsilon_1\frac{t_2'}{t_2}+a\right)\left(S_2'-\tilde{d}_2\right)=$$

$$=\left(-\operatorname{tg}\varepsilon_1\frac{S_2'}{S_2}+a\right)\left(t_2'-\tilde{d}_2\right)-\frac{2\operatorname{tg}\varepsilon_2}{r_2}\cos\varepsilon_2 S_2'\left(t_2'-\tilde{d}_2\right).\quad(14)$$

Substitute the values of the segments $t_2'=\frac{r_2t_2\cos\varepsilon_2}{2t_2-r_2\cos\varepsilon_2}$, $S_2'=\frac{r_2S_2}{2S_2\cos\varepsilon_2-r_2}$ and consider separately the left and right sides of the equation (14).

The left part:

$$2\operatorname{tg}\varepsilon_2\frac{r_2t_2S_2}{\left(2t_2-r_2\cos\varepsilon_2\right)\left(2S_2\cos\varepsilon_2-r_2\right)}+$$

$$+\operatorname{tg}\varepsilon_1\frac{r_2^2S_2\cos\varepsilon_2}{\left(2t_2-r_2\cos\varepsilon_2\right)\left(2S_2\cos\varepsilon_2-r_2\right)}-$$

$$-\frac{2\operatorname{tg}\varepsilon_2t_2\tilde{d}_2+\operatorname{tg}\varepsilon_1r_2S_2\tilde{d}_2}{\left(2t_2-r_2\cos\varepsilon_2\right)}+\frac{a\left(S_2'-\tilde{d}_2\right)\left(2t_2-r_2\cos\varepsilon_2\right)}{\left(2t_2-r_2\cos\varepsilon_2\right)}.$$

The right part:

$$\frac{a\left(t_2'-\tilde{d}_2\right)\left(2S_2\cos\varepsilon_2-r_2\right)}{2S_2\cos\varepsilon_2-r_2}+\frac{2\operatorname{tg}\varepsilon_2\cos\varepsilon_2S_2\tilde{d}_2+\operatorname{tg}\varepsilon_1r_2\tilde{d}_2}{2S_2\cos\varepsilon_2-r_2}-$$

$$-\frac{2\operatorname{tg}\varepsilon_2\cos^2\varepsilon_2S_2r_2t_2}{\left(2S_2\cos\varepsilon_2-r_2\right)\left(2t_2-r_2\cos\varepsilon_2\right)}-$$

$$-\frac{\operatorname{tg}\varepsilon_1r_2^2t_2\cos\varepsilon_2}{\left(2S_2\cos\varepsilon_2-r_2\right)\left(2t_2-r_2\cos\varepsilon_2\right)}.$$

We equate these parts, bringing them to a common denominator $\left(2S_2\cos\varepsilon_2-r_2\right)\left(2t_2-r_2\cos\varepsilon_2\right)$.

After some transformations of the above formulas, we obtain a parametric calculation equation that determines the anastigmatic three-mirror composition model with decenter elements. The relative equation $\tilde{d}_2$ is considered as a function of a number of parameters, that is $\tilde{d}_2=f\left(\varepsilon_1,r_1,d_1,\varepsilon_2,r_2\right)$.

$$\tilde{d}_2=\frac{b}{c},\quad(15)$$

Parameters:

$$b=2\operatorname{tg}\varepsilon_2r_2S_2t_2+tg\varepsilon_1r_2^2S_2\cos\varepsilon_2+$$
$$+ar_2S_2\left(2t_2-r_2\cos\varepsilon_2-2t_2\cos^2\varepsilon_2\right)-$$
$$-2\operatorname{tg}\varepsilon_1r_2t_2+\operatorname{tg}\varepsilon_1r_2^2\cos\varepsilon_2+2\operatorname{tg}\varepsilon_2\cos^2\varepsilon_2r_2S_2t_2+$$
$$+\operatorname{tg}\varepsilon_1r_2^2t_2\cos\varepsilon_2;$$
$$c=\left(2\operatorname{tg}\varepsilon_2t_2+\operatorname{tg}\varepsilon_1r_2S_2\right)\left(2S_2\cos\varepsilon_2-r_2\right)+$$
$$+2\operatorname{tg}\varepsilon_2\cos\varepsilon_2S_2\left(2t_2-r_2\cos\varepsilon_2\right)-ar_2t_2\cos\varepsilon_2.$$

The next stage of modeling determines the third mirror parameters:

$$r_3=\frac{2\left(1-\cos^2\varepsilon_3\right)}{\cos\varepsilon_3}\frac{S_3t_3}{S_3-t_3}.\quad(16)$$

The calculation algorithm based on formulas (11), (14) – (16), was used to develop a three-mirror off-axis lens without central shielding. As a result, the design data of some variants are determined, one of which is shown in the table 1.

Table 1. Parameters of a three-mirror non-centered system

The angles of incidence of the chief beam	The radii of curvature, mm	The «oblique» thickness between the mirrors along the chief beam, mm
ε_1= 0,05	r_1=-1000,00	$\tilde{d}_1$=-300
ε_2=-0,12	r_2=400,25	$\tilde{d}_2$=150,81
ε_3= 0,25	r_3=-300,67	

Due to the small number of calculated options (especially with three mirrors), it is impossible to draw a conclusion yet – about the possible technical specifications of the decentered mirror systems – the light intensity and the angular field of view.

Conclusions

The article proposes a method of parametric calculation of non-centered mirror systems using exact calculation formulas for real rays from the conditions of correction of non-elementary aberrations of astigmatism and coma in «lopsided» mirror systems. The technique allows you to create algorithms and design both basic models and complex mirror systems from off-axis mirrors. The scope of the proposed methodology can be expanded by the number of components. The creation of new algorithms for modeling decentered mirror systems will increase the accumulated potential of computational optics.

References

[1] M. M. Miroshnikov, [etc.]. “Modern optical-electronic complexes as result of introduction of achievements in the field of optics”, *Optics XXI*

century: materials of the 6th international optical congress, St. Petersburg, 18-21 okt. 2010: in 3 v. / Rozhdestvensky OS; edit. board: V. M. Arpishkin [etc.]. v. 3, pp. 2-6.
[2] V. A. Zverev, Optics of weapons and military equipment. 2011, pp. 105-113. [Online]. Available: https://elibrary.ru/item.asp?id=22603980
[3] N. K. Artiuokhina, “The analysis of decenter two-mirrors designs”, *Vestnik BNTU*. Minsk, no 4, pp. 36–39, 2010.
[4] R. Kingslake, *Optical system design*. New York: Academic Press, 1983.
[5] Born M., Wolf E. //7-th edition. – London: Cambridge University, 1999.
[6] Gubel NN. *Decentered systems aberrations*. Leningrad: Mashinostroenie, 1975.
[7] V. A. Semin, “Decentered two-mirror system”, *Opto-mech. Industry,* no. 4, pp. 41-43, 1990.
[8] N. K. Artiuokhina, *Theory, methods of design and calculation of mirror systems: monograph*, BNTU. Minsk, 2009.
[9] N. K. Artioukhina, “Mathematical solutions to the problem of creating basic decenter mirror models from the conditions of coma and astigmatism correction”, *Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus*, vol. 65, no. 5, pp. 552–557, 2021.
[10] M.M. Rusinov, *Composition of decentered optical systems*. StP.: StP. ITMO - Iva, 2004.
[11] L. A. Zapryagaeva, I. S. Sveshenikova, *Calculation and design of optical systems*. Moscow, RF: Logos, 2000.

УДК 535.317
Н. К. Артюхина
Білоруський національний технічний університет, Мінськ, Республіка Білорусь

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ МЕТОДИКИ РОЗРАХУНКУ ТРИДЗЕРКАЛЬНИХ НЕЦЕНТРОВАНИХ АНАСТИГМАТІВ

Статтю присвячено теорії розрахунку дзеркальних систем, яким притаманні анастигматичні властивості, а саме –дослідженням у частині розробки методів параметричного розрахунку габаритів і абераційної корекції. Системи дозволяють виправити три аберації третього порядку. Дзеркальні анастигмати дозволяють розвинути кутове поле зору приладів при збереженні високої світлосили, що дозволяє їх використовувати в оптоелектронній апаратурі, яка працює у широкому спектральному діапазоні. Повна відсутність хроматичних аберацій, висока роздільна здатність, припустимі хвильові критерії якості зображення забезпечують відмінні можливості використання дзеркальних анастигматів. Розроблено загальнометодологічні підходи, які можуть бути застосованими до створення детальних інженерно-технічних методик розрахунків групи дзеркальних анастигматичних систем. Суттєвий недолік дзеркальної оптики – центральне екранування, яке погіршує якість зображення. Для його усунення вводять повороти або зміщення дзеркал, але при цьому виникають неелементарні аберації парних порядків, які необхідно коригувати. Створення композицій з нецентрованими катоптричними елементами вимагає подальшого розвитку розрахунково-методичної бази.
Представлено математичні розв’язки задачі створення базових моделей нецентральних дзеркальних систем, отримано точні формули розрахунку для дійсних променів з умов корекції коми і астигматизму для заданих кутів падіння головного променя на поверхні дзеркал і «косої» товщини $\tilde{d}$, що визначає їх взаємне розташування. Представлено розв’язання задачі оцінки астигматизму II порядку, що впливає на певні зображення в полі зображення за допомогою так званих інваріантів нахилів, які описують зв’язок поворотів дзеркальних поверхонь з нахилами меридіонального та сагітального зображень відносно головного променю.
Отримано умову анастигматичності тридзеркальної системи. На підґрунті запропонованих формул створено нову методику параметричного розрахунку нецентрованих дзеркальних систем, яка дозволяє створювати алгоритми, а також проектувати, як базові моделі, так і складні дзеркальні системи з позаосьових дзеркал. Створення нових алгоритмів дво- і тридзеркальних нецентрованих об’єктивів дозволить збільшити накопичений потенціал обчислювальної оптики. Область застосування запропонованої методики можна поширити за кількістю компонентів.
Ключові слова: оптотехніка; об’єктив; кома; астигматизм; нецентровані дзеркальні системи; корекція аберацій; якість зображення.

Н. К. Артюхина
Белорусский национальный технический университет, Минск, Республика Беларусь

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕТОДИКИ РАСЧЕТА ТРЕХЗЕРКАЛЬНЫХ НЕЦЕНТРИРОВАННЫХ АНАСТИГМАТОВ

Статья посвящена теории расчета зеркальных систем, обладающих анастигматическими свойствами, а именно области исследований в части разработки методов параметрического расчета габаритов и аберрационной коррекции. Системы позволяют исправить три аберрации третьего порядка. Зеркальные анастигматы позволяют развить угловое поле зрения приборов при сохранении высокой светосилы, что позволяет их использовать в

оптоэлектронной аппаратуре, работающей в широком спектральном диапазоне. Полное отсутствие хроматических аберраций, высокая разрешающая способность, допустимые волновые критерии качества изображения обеспечивают отличные возможности использования зеркальных анастигматов.
Разработаны общеметодологические подходы, которые могут быть применены к созданию детальных инженерно-технических методик расчетов группы зеркальных анастигматических систем. Серьезный недостаток зеркальной оптики – центральное экранирование, которое ухудшает качество изображения. Для его устранения вводят повороты или смещения зеркал, но при этом возникают неэлементарные аберрации четных порядков, которые необходимо корригировать. Создание композиций с нецентрированными катоптрическими элементами требует дальнейшего развития расчетно-методической базы.
Представлены математические решения задачи создания базовых моделей нецентрированных зеркальных систем, получены точные формулы расчета для действительных лучей из условий коррекции комы и астигматизма для заданных углов падения главного луча на поверхности зеркал и «косой» толщины $\tilde{d}$, определяющей их взаимное расположение. Представлено решение задачи оценки астигматизма II порядка, влияющего на качество изображения по полю изображения с помощью так называемых инвариантов наклонов, описывающих связь поворотов зеркальных поверхностей с наклонами меридионального и сагиттального изображений относительно главного луча.
Получено условие анастигматичности трехзеркальной системы. На основании предложенных формул создана новая методика параметрического расчета нецентрированных зеркальных систем, которая позволяет составлять алгоритмы и проектировать как базовые модели, так и сложные зеркальные системы из внеосевых зеркал. Создание новых алгоритмов двух- и трехзеркальных нецентрированных объективов позволит увеличить накопленный потенциал вычислительной оптики. Область применения предложенной методики можно расширить по количеству компонентов**.**

Ключевые слова: оптотехника; объектив; кома; астигматизм; нецентрированные зеркальные системы; коррекция аберраций; качество изображения.

Надійшла до редакції
26 жовтня 2021 року

Рецензовано
30 листопада 2021 року

УДК 623.4.023.41

НАЗЕМНИЙ РОБОТИЗОВАНИЙ КОМПЛЕКС З ПАСИВНИМ ВИМІРЮВАННЯМ ДАЛЬНОСТІ

[1)]Микитенко В. І., [2)]Сенаторов В. М., [2)]Гурнович А. В.
[1)]Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», Київ, Україна
[2)]Центральний науково-дослідний інститут озброєння та військової техніки Збройних Сил України, м. Київ, Україна
E-mail: v.mikitenko@nil-psf.kpi.ua; v.senatorov1945@i.ua

Автоматичний роботизований комплекс очевидно стане одним з основних суб'єктів у проведенні силових акцій в недалекому майбутньому. Для контролю параметрів руху, а також пошуку, виявлення цілей і прицілювання до складу комплексу входить система технічного зору. Мінімальна достатня конфігурація такої системи включає пошукову телевізійну камеру широкого поля зору, телевізійний і тепловізійний приціли, далекомір. Застосування лазерних далекомірів забезпечує високу точність наведення зброї, але генерує потужну демаскуючу ознаку. Для забезпечення скритності функціонування роботизованого комплексу далекоміри можуть працювати в пасивному режимі з використанням інформації від бортових телевізійних камер. Але водночас суттєво погіршуються метрологічні характеристики інформаційного вимірювального каналу. У статті оцінено точність п'яти методів пасивного вимірювання дальності до цілі з використанням телевізійних камер наземного роботизованого комплексу. Класичний метод зовнішньобазового далекоміру телевізійного прицілу із шкалою, розрахованою на зріст людини 1,65 м, забезпечує точність вимірювання 135 м при дальності 1000 м. Метод зовнішньобазового далекоміру, при якому шкала далекоміру формується на віддаленому дисплеї у вигляді вертикальної лінії змінної довжини в процесі обрамлення цілі, забезпечує точність вимірювання 100,3 м при