ТЕОРІЯ ТА ПРАКТИКА НАВІГАЦІЙНИХ ПРИЛАДІВ І СИСТЕМ

УДК 001.891.573: 519.651: 519.654

АПРОКСИМАЦІЯ НЕПЕРІОДИЧНИХ СИГНАЛІВ В СИСТЕМАХ БАГАТОКЛАСОВОЇ ДІАГНОСТИКИ

Цибульник С. О., Коменчук І. Є.
Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», Київ, Україна
E-mail: tsybulnik.s.a@gmail.com

Удосконалення систем багатокласової діагностики на сьогодні є дуже актуальною задачею. У більшості випадків воно відбувається завдяки підвищенню точності первинних перетворювачів, проте широке використання мікропроцесорної техніки, потужна математична база, розвиток методів і засобів обробки діагностичної інформації, стрімкий розвиток нових перспективних методів дослідження об'єктів та процесів, нові можливості сучасних комп'ютерних та інформаційних технологій сприяють процесу удосконалення. У даній роботі розглянуто один з напрямків вдосконалення систем функціональної діагностики інженерних та будівельних споруд, а саме: реалізацію можливості апроксимації неперіодичних сигналів методом найменших квадратів. Мета роботи полягає в удосконаленні методу найменших квадратів для застосування до неперіодичних сигналів коливального характеру та розробці програмного забезпечення апроксимації даних вимірювань за допомогою попереднього використання алгоритмів інтерполяції для ефективного застосування в системах багатокласової діагностики. Для досягнення мети у роботі проведено дослідження ефективності інтерполяційного алгоритму поліномами Лагранжа при використанні змодельованих неперіодичних сигналів без наявності в них шуму. Показано, що при використанні занадто великої кількості вузлів інтерполяції проявляються методичні похибки обраного методу, що призводить до значного зростання похибки інтерполяції на краях відрізку. Проведено вибір оптимальної кількості вузлів інтерполяції обраним методом. Розроблено алгоритмічне та програмне забезпечення апроксимації неперіодичних сигналів методом найменших квадратів у математичному пакеті MatLab. Вдосконалено стандартний алгоритм апроксимації методом найменших квадратів шляхом використання кускової апроксимації поліномами до сьомого порядку. Вдосконалено алгоритм кускової апроксимації шляхом введення згладжування в місцях з'єднання сусідніх відрізків. Створено алгоритмічне та програмне забезпечення апроксимації даних попереднім використанням методів інтерполяції для зміни довжини початкового сигналу до значення 2^i (i – натуральне число) для можливості використання швидких алгоритмів обробки даних у системах багатокласової діагностики, а також можливого підвищення точності прогнозування технічного стану об'єктів такими системами.

***Ключові слова**: інтерполяція; апроксимація; метод найменших квадратів; система багатокласової діагностики.*

Вступ

Для вирішення багатьох завдань, які пов'язані з моніторингом та діагностикою складних будівельних та інженерних об'єктів, дуже часто використовуються регресійні методики апроксимації даних вимірювань. Вибір оптимальної аналітичної залежності для опису реальних даних у більшості випадків є непростим завданням. Особливо ці проблеми характерні для нелінійних степеневих та показникових, аперіодичних і квазіперіодичних коливальних і інших складних видів функцій [1-3].

Часто в діагностиці виникає необхідність отримувати розв'язок математичних задач в числовій формі. Водночас, для багатьох задач відомо, що розв'язок існує, але аналітична формула його не відома [2]. Тому постає завдання перетворення однієї форми функціональної залежності в іншу – перетворення табличної форми подання даних (результатів вимірювань) в аналітичну (побудова математичної моделі) [1]. Навіть за наявності такої аналітичної формули, її використання для дослідження специфічних випадків стану об'єкта може виявитися неефективним. Також завжди існує необхідність вирішувати і такі математичні завдання, для яких строгі докази існування розв'язку на даний момент відсутні [2]. В усіх цих випадках використовуються методи наближеного розв'язку. Здебільшого [1, 2], алгоритми наближеного розв'язку базуються на тому, що вихідна математична задача замінюється деякою більш простою. Тобто, фактично використовується деяка наближена модель вихідної задачі – її апроксимація.

Необхідність використання апроксимації досить часто постає перед дослідниками і інженерами в різних сферах науки і техніки. Основними завданнями апроксимації даних в системах моніторингу є:

знаходження математичного опису для дискретних даних, тобто встановлення залежності між виміряними відліками; відновлення втрачених даних при передачі сигналів через наявність опору в електричному дроті або втрата пакетів при передачі через оптичні лінії зв’язку; відновлення вихідних даних в процесі кодування та декодування сигналів; розпізнавання зображень та їх покращення; відновлення при архівації та стисненні даних.

Отже, метою використання апроксимації у більшості випадків є відновлення втрачених вихідних даних, але в технічній діагностиці насамперед важливо спрогнозувати поведінку вимірюваного параметру у майбутньому для оцінки залишкового ресурсу об’єкта. Проте в більшості технічних систем задача прогнозування є невирішеною, оскільки існуючий математичний апарат та алгоритми апроксимації у деяких випадках виявляються неефективними і не дозволяють знайти аналітичний опис виміряної величини з достатньою швидкодією та точністю.

Зазвичай характеристики багатьох складних процесів та явищ отримують експериментально. Набагато рідше вдається знайти їх теоретично. Для вивчення процесів, необхідно, насамперед, відобразити характеристики в математичній формі, придатній для розрахунків [4]. Простим і досить точним способом є представлення характеристики у вигляді таблиці. Дуже часто безпосереднє застосування експериментальних даних у формі таблиць та графіків виявляється незручним, і дані прагнуть описати за допомогою простих аналітичних відношень, які хоча б якісно відображають характер розглянутих залежностей [5]. У даному випадку необхідно вирішити задачу апроксимації.

Таким чином, якщо дослідження повинне проводитись не числовими, а аналітичними методами, то необхідно підібрати таку апроксимуючу функцію, яка буде доволі простою, але відображатиме всі важливі особливості експериментально отриманої характеристики з достатнім ступенем точності [4].

Загальна задача апроксимації включає в себе два самостійних завдання [5, 6]:

1) вибір класу апроксимуючої функції, яка найбільш точно описує вихідні дані;

2) визначення значень постійних коефіцієнтів, що входять в апроксимувальну функцію (визначення коефіцієнтів апроксимації).

Для вибору класу апроксимувальної функції, необхідно дотримуватись наступних вимог [6]:

1) простота функції (у сенсі математичних операцій і реалізації на комп’ютері);

2) достатня точність;

3) наочність, яка дозволяє судити про зміну коефіцієнтів апроксимації при зміні характеристик процесу;

4) ясність розуміння процесів у явищі і виявленні властивостей і характеристик, що представляють інтерес у конкретному випадку.

Отже, функцію, яка апроксимує деяку характеристику, обирають або виходячи з фізичних уявлень про досліджуваний процес, або чисто формально, ґрунтуючись на зовнішній схожості характеристики з графічним зображенням тієї чи іншої функції [4]. Вимоги, які висуваються до апроксимувальної функції, є суперечливими [7]: забезпечуючи гарну якість наближення, вона повинна бути відносно простою і зручною для подальшого використання.

Таким чином, при вирішенні задачі апроксимації так само, як і при вирішенні будь-якої задачі, пов'язаної з вибором розрахункової моделі, необхідно йти на компроміс між точністю і складністю моделі [5]. Розробка нових підходів до апроксимації даних вимірювань є надзвичайно важливою і актуальною задачею при прогнозуванні в системах багатокласової діагностики.

Технічна діагностика – галузь знань, що охоплює теорію, методи і засоби визначення технічного стану об’єкта чи системи. Основним завданням технічного діагностування є забезпечення безпеки, функціональної надійності та ефективності роботи технічного об'єкта.

Багатокласова діагностика відбувається на базі попереднього аналізу певних параметрів досліджуваного об’єкту. До кожного з цих параметрів відносяться певні ознаки. А також у кожного з них є якийсь клас, який можна передбачити за даними ознаками.

Залежно від значення параметру, його відносять до певного класу. Але виникає проблема – деякі параметри можуть розподілятись не тільки до одного класу. Тобто одна частина ознак підходить до одного класу, а інша частина – до другого.

Постає задача побудови вирішальної функції, яка по вектору ознак параметра буде вказувати, до якого класу він належить [8]. У більшості випадків необхідна так звана навчальна вибірка. Це набір прикладів, за допомогою яких точно відомо, які параметри входять у клас. На основі цієї навчальної вибірки можна побудувати вирішальну функцію, похибка якої мінімальна.

Для реалізації цієї задачі в наш час використовують нейронні мережі. Це автоматичні системи, які мають здатність до навчання. В якості параметрів можуть виступати різні за своєю природою об'єкти: символи тексту, зображення, зразки звуків тощо. При навчанні мережі пропонуються різні зразки параметрів із зазначенням того, до якого класу вони відносяться. Зразок зазвичай представляється як вектор значень ознак. При цьому сукупність усіх ознак повинна однозначно визначати клас, до якого належить зразок. Після закінчення навчання мережі, їй можна надавати невідомі раніше параметри і отримувати відповідь про належність до певного класу.

Нейронні мережі можуть навчатися у будь-яких функцій, що дозволяє уникнути використання складного математичного апарату, а використання нелінійних функцій активації дозволяє вирішувати завдання з нелінійностями [9, 10].

Нейронні мережі можуть застосовуватися:

1) для класифікації образів – вказівка приналежності вхідного образу (мовного сигналу, рукописного символу), представленого вектором ознак до певних класів;

2) для апроксимації функцій – знаходження оцінки невідомої функції;

3) для прогнозу – передбачення поведінки функції в деякий майбутній момент;

4) для оптимізації – знаходження розв’язку, що задовольняє систему обмежень, і максимізує або мінімізує цільову функцію;

5) для керування – розрахунок такого впливу, при якому система слідує за бажаною траєкторією.

Таким чином, на основі нейронних мереж, виникає новий клас систем – системи багатокласової діагностики [11, 12]. Багатокласова діагностика широко використовується у вимірювальних системах, де важливу роль відіграє прогнозування технічного стану різноманітних об’єктів або їх найбільш відповідальних частин. Якщо відсутня очевидна аналітична залежність у виміряних даних, можна її наближено встановити за допомогою апроксимації. У наш час існує велика кількість методів апроксимації, які відрізняються сферою використання та формою кривих, які можна описати з їх допомогою.

При виборі методу апроксимації слід виходити з конкретного завдання дослідження [13]. Зазвичай, чим простіше рівняння використовується для апроксимації, тим більш приблизним буде отриманий опис залежності. Поряд з виявленням закономірностей, замаскованих випадковими відхиленнями емпіричних даних від загальної закономірності, апроксимація дозволяє також вирішувати багато інших важливих завдань: формалізувати знайдену залежність; знайти невідомі значення залежної змінної інтерполяцією або, якщо це допустимо, екстраполяцією.

Слід зазначити, що точність аналітичного уявлення досліджуваного явища буде тим вище, чим точніше модель, що описує дане явище. Основні вимоги, що висуваються до вибору моделі явища при однаковій точності моделі – найменша кількість коефіцієнтів моделі та її простота, виконання даних вимог сприяє зменшенню систематичної похибки [14] та часу обробки [15] експериментальних даних.

Точність апроксимації можна підвищити за рахунок попереднього використання алгоритмів інтерполяції для отримання більшої кількості відліків, а також створення основи для використання швидких алгоритмів. В останні роки багато сучасних алгоритмів інтерполяції були розроблені і розвинені різними дослідниками. Вони вдосконалювали відомі методи та знаходили нові шляхи для підвищення точності апроксимації.

У статті [16] автор використовує нейронні мережі для апроксимації складних характеристик, наприклад таких, як частотні залежності параметрів частотно-вибіркових НВЧ пристроїв. Точність такої апроксимації напряму залежить від належного вибору конфігурації та методу навчання нейронної мережі. Збільшення шарів нейронної мережі призводить до значного покращення її апроксимаційних характеристик.

Автори роботи [17] використали кусково-раціональну кубічну функцію для візуалізації даних, розташованих по прямокутній сітці. Схема цього методу отримана шляхом накладання деяких обмежень на параметри при описі раціонального бікубічного сплайна, тоді як інші параметри залишаються у розпорядженні користувачів.

У роботі [18] представлено метод інтерполяції даних кубічними сплайнами. Отримані результати розповсюджуються на випадок, коли похідні напрямку і кривизни не сприймаються в якості даних, а отримані деяким локальним наближенням або передбачені вимогами форми.

У статті [19] автор доводить, що інтерполяційні формули Лагранжа, Ньютона, Гаусса та ін. при використанні великої кількості вузлів інтерполяції часто призводять до поганого наближення через накопичення похибок в процесі обчислень. Крім того, через розбіжність процесу інтерполяції збільшення числа вузлів не обов'язково призводить до підвищення точності. Суттєво знизити похибку можна шляхом інтерполяції функції множиною поліномів невисокого порядку на вузьких інтервалах всього інтервалу інтерполяції.

У роботі [20] представлено нерекурсивну версію нелінійної апроксимації методом найменших квадратів для оцінки частоти. Запропонований спосіб вимагає попередньої оцінки частоти. Ряд моделювань було зроблено для визначення того, наскільки точна повинна бути попередня оцінка, щоб забезпечити досягнення умови Крамера-Рао в різних умовах для різних періодичних сигналів. Час виконання запропонованого алгоритму менший порівняно з єдиним ітераційним циклом стандартного підходу. Запропонований спосіб корисний в додатках, які вимагають високої точності апроксимації періодичних сигналів, особливо коли доступні обмежені обчислювальні ресурси або необхідна оцінка в реальному часі.

У статті [21] представлено новий нелінійний алгоритм методу найменших квадратів для апроксимації періодичних сигналів з обмеженою частотою з невідомим частотним і гармонічним змістом. Новий розв’язок має рекурсивний метод обчислення на основі моделі, що вимагає меншого обсягу пам'яті і має менші обчислювальні вимоги, ніж відомі матричні алгоритми.

Автори роботи [22] стверджують, що нове покоління вимірювального обладнання підвищує роль комп'ютерів у приладобудуванні. Відомо, що періодичні сигнали можуть інтерпретуватися як сума синусоїдних хвиль з багатьма частотами, рядами Фур'є. Автори запропонували новий алгоритм використання методу найменших квадратів, що визначає амплітуду і фазу всіх гармонік полігармонічного сигналу. Наведено імітаційні та експериментальні результати.

Постановка задачі

Огляд робіт інших авторів у сфері апроксимації та інтерполяції функцій показав, що розроблено потужний математичний апарат, який може використовуватися для вирішення широкого кола задач. Але основна маса досліджень – це строга теорія математичної апроксимації, тобто розробка фундаментальних математичних положень. Використання технічної апроксимації зосереджено в основному навколо відновлення втрачених вихідних даних, але в технічній діагностиці насамперед важливо спрогнозувати поведінку вимірюваного параметру у майбутньому для оцінки залишкового ресурсу.

Інтерполяція найчастіше використовується у технічних системах для розпізнавання образів та покращення їх якості. Проте використання інтерполяції також не позбавлене своїх недоліків, пов'язаних з поганим наближенням через накопичення похибок в процесі обчислень при великій кількості вузлів інтерполяції. Досить широко останнім часом стали використовуватися нейронні мережі, але у діагностичних системах вони частіше за все виступають у ролі класифікаторів стану об'єкта [11, 16], а не апроксиматорами.

Усе це дозволило сформувати мету досліджень. Метою роботи є вдосконалення методу найменших квадратів для застосування до неперіодичних сигналів коливального характеру та розробка програмного забезпечення апроксимації даних вимірювань за допомогою попереднього використання алгоритмів інтерполяції для ефективного використання в системах багатокласової діагностики.

Інтерполяція

Існує багато методів інтерполяції. Деякі з них є дуже гнучкими і можуть застосовуватися до різних даних. Інші є більш обмеженими і вимагають, щоб дані відповідали певним умовам. Кожен з цих методів має власний набір параметрів, що дозволяє його налаштовувати для конкретного набору даних [23].

Для подальших досліджень обрано метод поліномів Лагранжа. У даному пункті проведено інтерполяцію поліномами Лагранжа неперіодичної коливальної функції, як однієї з найбільш складних функцій для апроксимації методом найменших квадратів.

Для початку визначимо недоліки методу [24]:
– оскільки степінь багаточлена Лагранжа визначається кількістю вузлів, то будь-яка спроба підвищити точність інтерполяції шляхом збільшення кількості вузлів тягне за собою збільшення степеня полінома;
– формула для розрахунку досить громіздка. Кожна складова формули є багаточленом n-го степеня;
– якщо степінь полінома вище 5, то на кривій з'являється «хвилястість», яка отримала назву ефекту Рунге-Мерей. Можливо поліпшити ситуацію шляхом підбору розташування вузлів залежно від конкретної функції в інтерактивному режимі, але така процедура досить незручна.

Як згадувалося вище [19], інтерполяційні формули Лагранжа, Ньютона, Гауса та ін. при використанні великої кількості вузлів інтерполяції часто призводять до поганого наближення через накопичення похибок в процесі обчислень. Тому для початку необхідно визначити оптимальну кількість вузлів інтерполяції. Критерієм вибору оптимального значення вузлів є мінімум максимального значення відносної похибки.

Перший етап дослідів включав в себе моделювання неперіодичної коливальної функції з частотами 2 Гц, 20 Гц та 200 Гц виду

$$y(t) = a + b \cdot e^{-c \cdot t} \cdot \sin(w \cdot t), \qquad (1)$$

де a, b, c, w – константи; a – постійна складова сигналу або його математичне сподівання; b – характеризує амплітуду коливань; c – характеризує затухання коливань; $w = 2 \cdot \pi \cdot f$, де f – циклічна частота сигналу, Гц.

Проведено досліди для N відліків (N=512, 1024, 2048, 4096, 8192) функції (1). Водночас, у вигляді змінних параметрів обрано кількість вузлів, необхідних для інтерполяції (n = 5, 9, 17, 33, 65). Кожне дослідження проходило за умови, що інтерполяція проходить по n-вузлах, взятих з початкових N-відліків сигналу через однаковий крок. Наприклад: а) 5 вузлів інтерполяції при початковій довжині сигналу 2048 відліків; б) 9 вузлів інтерполяції при початковій довжині сигналу 2048 відліків; і так далі. Це дозволило отримати результати за умови різних частот дискретизації сигналу.

Ряд дослідів для перехідних процесів із частотами 2 Гц, 20 Гц та 200 Гц підтвердив результати роботи [19], що неправильний вибір кількості відліків інтерполяції поліномами Лагранжа дійсно призводить до появи методичних похибок. Ці методичні похибки проявляються у вигляді екстремумів на краях відрізку інтерполяції. Один з прикладів даної похибки зображено на рис. 1.

Проведено порівняння результатів інтерполяції перехідних процесів. Для більшості випадків використання інтерполяційних поліномів Лагранжа дає найкращий результат при виборі від 17 до 40 вузлів інтерполяції. При виборі 33 вузлів інтерполяції мінімум максимальної відносної похибки знаходиться в межах від 10^{-2}% до 10^{-3}%. Для усіх інших значень кількості вузлів інтерполяції порядок похибки зростає і досягає десятків, навіть тисяч, відсотків.

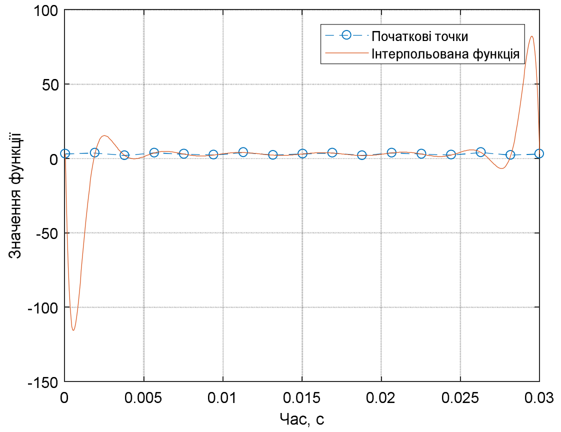


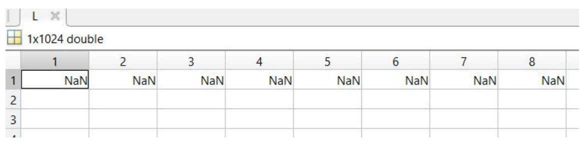
Рис. 1. Результати моделювання при N=512, n=65

Інтерполяція перехідного процесу поліномами Лагранжа має наступні недоліки:

1. При неправильному виборі кількості вузлів інтерполяції (як занадто малому, так і занадто великому) проявляються методичні похибки, які призводять до значного збільшення максимального значення відносної похибки.

2. При виборі занадто великої кількості вузлів інтерполяції розрахунок за допомогою цифрових пристроїв (наприклад, персонального комп'ютера) стає неможливим через вихід розрахованих значень за межі відповідних типів даних. У результаті такого розрахунку отримується величина NaN (Not a Number, рис. 2).

Також доведено, що для обраної неперіодичної функції результат інтерполяції поліномами Лагранжа практично не залежить від частоти дискретизації, частоти сигналу та його довжини.


L
1x1024 double

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
2								
3								

Рис. 2. Результати моделювання при виборі занадто великої кількості вузлів інтерполяції

Апроксимація методом найменших квадратів

Метод найменших квадратів (МНК) – це математичний метод, що використовується для знаходження наближеної функції за набором даних (точок), яка мінімізує суму квадратів відхилень точок від знайденої функції.

МНК вважається найпоширенішим і часто використовується для нових розробок та досліджень. Перевагою даного методу є його простота та ефективність оцінки параметрів лінійних моделей. Водночас, серед недоліків є чутливість оцінки до різких коливань, які трапляються у вихідних даних, а також громіздкість обчислень.

Отже, для вдосконалення МНК було запропоновано проводити апроксимацію не по всьому сигналу відразу, а розбивати його на частини, кожну з цих частин окремо апроксимувати, а потім збирати в єдиний сигнал. Подібні дослідження було проведено в роботі [25].

Із основних недоліків, які було виявлено при такому підході можна назвати наступні:

1) стрибки у місцях з'єднання сусідніх відрізків;
2) у роботі [25] розглянуто апроксимацію поліномами до 80-го порядку, що значно ускладнює алгоритм і збільшує час моделювання.

Дані проблеми проілюстровано на рис. 3. Щоб зменшити вплив цих стрибків на стиках сусідніх сегментів, запропоновано проводити так зване згладжування (рис. 4), тобто проводити додаткову кускову апроксимацію в області з'єднання двох сусідніх сегментів. Кількість точок (відліків), узятих для кускової апроксимації, складає п'яту частину від довжини кожного відрізку, який приймає участь у процесі згладжування.

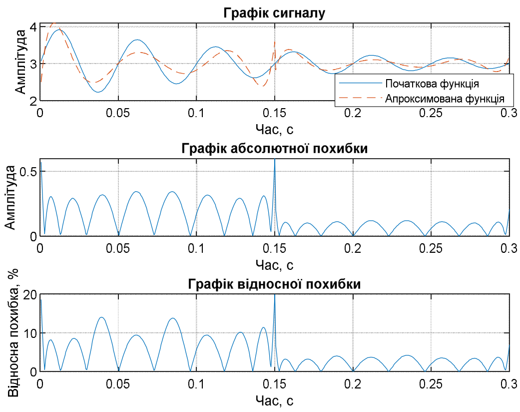


Рис. 3. Результати апроксимації функції при N=512, f=20 Гц, без згладжування

Як видно з рис. 4, похибка у місці, де був стик двох сусідніх сегментів, значно знизилась, але на рівень загальної похибки це не вплинуло. Розіб'ємо вхідний сигнал на більшу кількість відрізків, тобто не на 2, як було у попередньому випадку, а, наприклад, на 8. На рис. 5 показано випадок розділення вхідного сигналу на 8 частин, але без згладжування.

Загалом, похибку апроксимації можна знизити, якщо збільшити кількість сегментів, на які буде розділено вихідний сигнал. Наприклад, для двох сегментів відносна похибка сягала 18 %, а для восьми – знаходиться в межах 0,006 %. Проте, як видно з рис. 5, на графіках присутні екстремуми в місцях з'єднання сегментів. Ці екстремуми не змінюють порядок похибки, але збільшують значення середньої відносної похибки апроксимації.

Для випадку ідеальних сигналів зміни незначні, але у випадку апроксимації сигналів, в яких міститься шум, ці зміни можуть мати значно більший вплив на значення похибки.

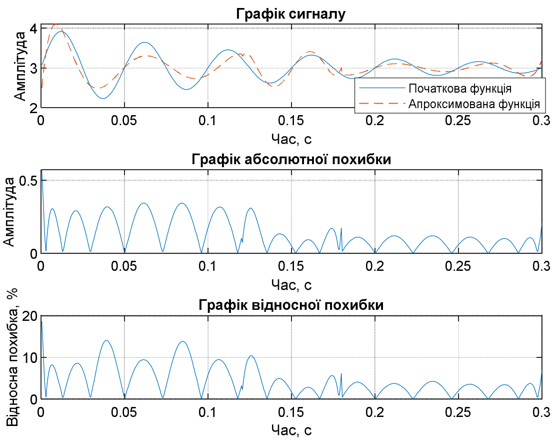


Рис. 4. Результати апроксимації функції при N=512, f=20 Гц, зі згладжуванням

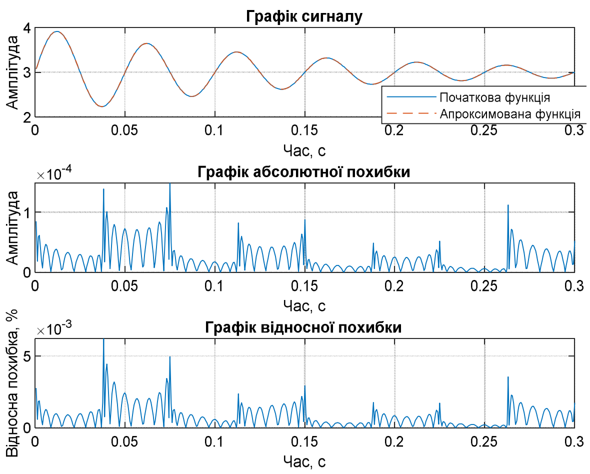


Рис. 5. Результати апроксимації функції при N=512, f=20 Гц, без згладжування

На рис. 6 представлений той самий випадок, але з використанням алгоритму згладжування. Таким чином, згладжуванням (рис. 6) вдалось позбавитись екстремумів, що дозволило зменшити відносну похибку.

Для спрощення розрахункового алгоритму та зменшення часу розрахунку було прийнято рішення зменшити порядок полінома, який використовується при апроксимації, з вісімдесятого до сьомого. Це дозволило спростити та прискорити розрахунок. Як і в роботі [25], показником достовірності апроксимації обрано коєфіцієнт детермінації. Точність використання поліномів вище сьомого порядку не дає значного зниження похибки апроксимації (рис. 7, рис. 8). Як видно з рис. 7 та рис. 8, збільшення порядку полінома з сьомого до вісімдесятого практично не впливає на похибку, тобто порядок похибки не змінюється. Проте зменшення максимального порядку полінома нижче 7-го призводить до зростання похибки на декілька порядків.

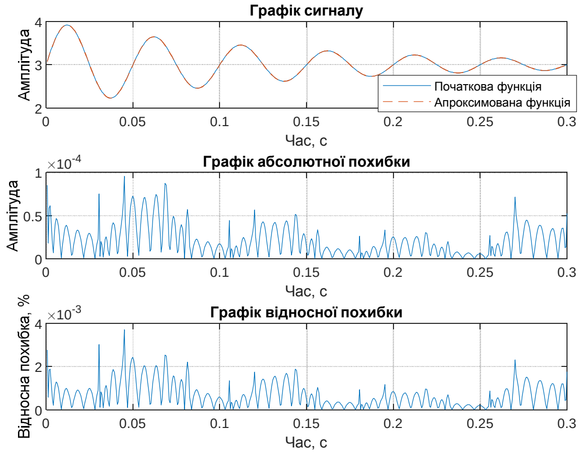


Рис. 6. Результати апроксимації функції при N=512, f=20 Гц, зі згладжуванням

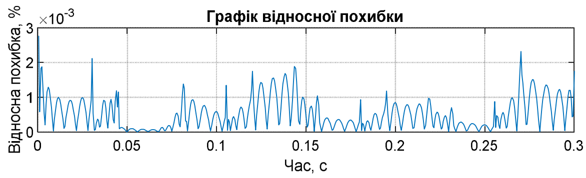


Рис. 7. Результати апроксимації функції при N=1024, f=20 Гц, 80 порядок апроксимувального полінома

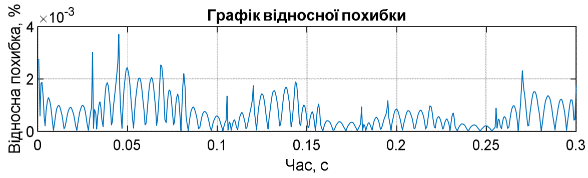


Рис. 8. Результати апроксимації функції при N=512, f=20 Гц, 5 порядок апроксимувального полінома

Існує дуже багато швидких алгоритмів обробки даних, які працюють лише у тому випадку, коли довжина сигналу є рівною 2^i, де i – натуральне число. Більшість цих алгоритмів скорочує сигнал до довжини 2^i за рахунок відкидання останніх відліків. Проте ці відкинуті відліки можуть містити важливу інформацію, особливо в системах багатокласової діагностики [11], де оцінюється і прогнозується технічний стан об'єктів. Завдання прогнозування технічного стану об'єктів в експлуатації вирішується тим точніше, чим більше є інформації про стан об'єкта. Саме тому необхідно вдосконалити алгоритм апроксимації таким чином, щоб відліки не було втрачено при використанні швидких алгоритмів обробки даних.

Оскільки довжина початкового сигналу в загальному випадку може бути довільною, запропоновано перед апроксимацією попередньо проводити інтерполяцію початкового сигналу до довжини 2^i. У даному алгоритмі це здійснюється за допомогою інтерполяційних поліномів Лагранжа.

Основною проблемою використання інтерполяції поліномами Лагранжа, як було показано раніше, є правильний вибір кількості вузлів інтерполяції. При неправильному виборі кількості вузлів інтерполяції у методі інтерполяційних поліномів Лагранжа виникають значні методичні похибки, які спотворюють результат. Як було показано, одним з найкращих варіантів для інтерполяції поліномами Лагранжа являється вибір від 15 до 40 вузлів інтерполяції. Саме тому було прийнято рішення розбивати сигнал на окремі сегменти для інтерполяції. Кожен з цих сегментів інтерполюється до певної довжини, а потім усі відрізки поєднуються в один сигнал.

Таким чином, в основу вдосконаленого алгоритму було закладено пошук дільника довжини початкового сигналу, який знаходиться в межах від 15 до 40 відліків і розділяє початкову довжину на ціле число окремих відрізків для інтерполяції. Кожен з цих відрізків окремо інтерполюється до необхідної довжини і всі ці відрізки об'єднуються у єдиний сигнал. У даному випадку похибка при об'єднанні відрізків відсутня, оскільки інтерполяція не змінює форму сигналу, а проходить через усі базові відліки. Отже, довжина початкового сигналу розбивається на відрізки від 15 до 40 відліків за алгоритмом програми. Це означає, що для визначення кількості проміжків інтерполяції, за алгоритмом проходить ділення початкової довжини сигналу по черзі на значення від 15 до 40, до того моменту, поки не визначиться ціле число відрізків інтерполяції. Якщо при діленні від 15 до 40 ціле число відрізків не буде знайдено, то вводиться алгоритм коригування довжини початкового сигналу, який був розроблений додатково.

Таким чином, удалося розробити універсальний алгоритм інтерполяції, який коректно працює для всіх довжин початкового сигналу. За наведеними алгоритмами розроблено відповідне програмне забезпечення в математичному пакеті MatLab. У майбутньому планується дослідити ефективність вдосконаленого методу апроксимації на сигналах, які містять більше ніж одну частоту та шумові складові.

Висновки

Проведено дослідження ефективності інтерполяційних алгоритмів при використанні ідеальних (змодельованих) неперіодичних сигналів з частотами 2 Гц, 20 Гц, 200 Гц. Показано, що при використанні занадто великої кількості вузлів інтерполяції проявляються методичні похибки обраного методу, що призводить до значного зростання похибки інтерполяції. Показано, що найкращим із розглянутих варіантів є використання 33 вузлів інтерполяції. Доведено, що точність інтерполяції розглянутих неперіодичних процесів методом Лагранжа не залежить від частоти сигналу, частоти дискретизації, а також довжини сигналу.

Розроблено алгоритмічне та програмне забезпечення апроксимації неперіодичних процесів методом найменших квадратів у математичному пакеті MatLab. Вдосконалено стандартний алгоритм апроксимації методом найменших квадратів використанням кускової апроксимації поліномами до сьомого порядку. Показано, що похибки апроксимації знизилися до 10^{-3}%. Вдосконалено алгоритм кускової апроксимації введенням згладжування в місцях з'єднання сусідніх відрізків. Показано, що згладжування дозволило прибрати екстремуми похибок у місцях з'єднання сусідніх відрізків.

Розроблено алгоритмічне та програмне забезпечення апроксимації даних попереднім використанням методів інтерполяції для зміни довжини початкового сигналу до значення 2^i (i – натуральне число) для можливості подальшого використання швидких алгоритмів обробки даних у системах багатокласової діагностики, а також можливого підвищення точності прогнозування технічного стану об'єктів такими системами.

Література

[1] О. Н. Некрасов, Э. Г. Мирмович, «Интерполирование и аппроксимация данных полиномами степенного, экспоненциального и тригонометрического вида», *Научные и образовательные проблемы гражданской защиты*, №4, с. 23, 2010.

[2] В. Д. Корлёв, *Вычислительная математика: Методические указания к лабораторным работам 1,2*. Рязань. Россия: Рязан. гос. радиотехн. акад., 2008.

[3] С.И. Баскаков, *Радиотехнические цепи и сигналы*. Москва, Россия: Высшая школа, 2000.

[4] N. Bouraou, O. Pavlovskyi, O. Pazdrii, "Improvement of the vibration diagnostics of rotation shaft damage based on fractal analysis", *Vibrations in Physical Systems*, Vol. 27, pp. 61-66, 2016.

[5] В. П. Попов, *Основы теории цепей*. Москва, Россия: Высшая школа, 1998.

[6] Я. Н. Яковлев, *Радиотехнические цепи и сигналы. Задачи и задания.* Москва: ИНФРА-М; Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2003.

[7] М. Т. Иванов, А. Б. Сергиенко, В. Н. Ушаков, *Теоретические основы радиотехники*, Москва. Россия: Высшая школа, 2002.

[8] Самое главное о нейронных сетях [Електронний ресурс]. – Доступ: https://habrahabr.ru/company/yandex/blog/307260. Дата звернення: Груд. 10, 2018р.

[9] В. С. Медведев, В. Г. Потёмкин, *Нейронные сети. MATLAB 6*. Москва, Россия: Диалог-МИФИ, 2002.

[10] С. Хайкин, *Нейронные сети. Полный курс*. Москва, Россия 2006.

[11] N. Bouraou, D. Pivtorak, S. Rupich, "Multiclass recognition of objects technical condition by classifier based on probabilistic neural network", *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, Vol 5, No 4 (89), pp. 24-31, 2017. DOI: 10.15587/1729-4061.2017.109968

[12] N. Bouraou, S. Tsybulnik, D. Shevchuk, "Investigation of the model of the vibration measuring channel of the complex monitoring system of steel tanks", *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, Vol 5, No 9 (77), pp. 45-52, 2015. DOI: 10.15587/1729-4061.2015.50980

[13] В. И. Бердышев, Л. В. Петрак, *Апроксимация функций, сжатие численной информации, приложения*. Екатеринбург, Россия: УрО РАН, 1999.

[14] В. И. Нефедов, А. С. Сигов, В. К. Битюков, В. И. Хахин, *Метрология и радиоизмерения*. Москва, Россия: Высшая школа, 2006.

[15] Дж. Бендат, *Прикладной анализ случайных данных*. Москва, СССР: Мир, 1989.

[16] В. О. Адаменко, «Штучні нейронні мережі як апроксимаційний апарат в задачах проектування радіотехнічних пристроїв», *Вісник Національного технічного університету України "КПІ" 41. Серія – Радіотехніка. Радіоапаратобудування*, №51, С. 41-49, 2012.

[17] M. Z. Hussain, M. Sarfraz, "Positivity-preserving interpolation of positive data by rational cubics", *Journal of Computational and Applied Mathematics*, Volume 218, Issue 2, C. 446-458, 2008. DOI: 10.1016/j.cam.2007.05.023

[18] M. Krajnc, "Interpolation Scheme for Planar Cubic Spline Curves", *Acta Applicandae Mathematicae*, c. 129-143, 2011. DOI: 10.1007/s10440-010-9589-z

[19] О. Ф. Москалець, В. М. Шутко, «Метод найменших квадратів для сплайнів непарних степенів», *Bulletin of Engineering Academy Of Ukraine*, №2, с. 224, 2010.

[20] S. Giarnetti, F. Leccese, M. Caciotta, "Non recursive Nonlinear Least Squares for periodic signal fitting", *Measurement*, Volume 103, pp. 208-216, 2017. DOI: 10.1016/j.measurement.2017.02.023

[21] G. Simon, R. Pintelon, L. Sujbert, J. Schoukens, "An efficient nonlinear least square multisine fitting algorithm", *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, VOL. 51, No. 4, pp. 750-755, 2002. DOI: 10.1109/TIM.2002.803304

[22] M. F. da Silva, P. M. Ramos, R. C. Martins, A. C. Serra, "Least-squares fitting algorithms applied to periodic signals", *Proceedings of the 21st IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference (IEEE Cat. No.04CH37510)*, 18-20 May 2004. DOI: 10.1109/IMTC.2004.1351415

[23] Введение в методы интерполяции [Електронний ресурс]. – Доступ: https://desktop.arcgis.com/ru/arcmap/10.4/extensions/geostatistical-analyst/an-introduction-to-interpolation-methods.htm. Дата звернення: Груд. 10, 2018р.

[24] О. Н. Романюк, *Комп'ютерна графіка. Навчальний посібник*. Вінниця, Україна: Вінницький національний технічний університет, 2015.

[25] С. О. Цибульник, К. О. Лисікова, Апроксимація функцій методом найменших квадратів, *Вісник Інженерної академії України*, №1, с. 106-110, 2017.

УДК 001.891.573: 519.651: 519.654

С. А. Цыбульник, И. Е. Коменчук

Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского», Киев, Украина

АППРОКСИМАЦИЯ НЕПЕРИОДИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ В СИСТЕМАХ МНОГОКЛАССОВОЙ ДИАГНОСТИКИ

Совершенствование систем многоклассовой диагностики на сегодняшний день является очень актуальной задачей. В большинстве случаев оно происходит благодаря повышению точности первичных преобразователей, однако широкое использование микропроцессорной техники, мощная математическая база, развитие методов и средств обработки диагностической информации, стремительное развитие новых перспективных методов исследования объектов и процессов, новые возможности современных компьютерных и информационных технологий способствуют процессу совершенствования. В данной работе рассмотрено одно из направлений совершенствования систем функциональной диагностики инженерных и строительных сооружений, а именно: реализация возможности аппроксимации непериодических сигналов методом наименьших квадратов. Цель работы заключается в совершенствовании метода наименьших квадратов для применения к непериодическим сигналам колебательного характера и разработке программного обеспечения аппроксимации данных измерений с помощью предварительного использования алгоритмов интерполяции для эффективного использования в системах многоклассовой диагностики. Для достижения цели в работе проведено исследование эффективности интерполяционного алгоритма полиномами Лагранжа при использовании смоделированных непериодических сигналов без наличия в них шума. Показано, что при использовании слишком большого количества узлов интерполяции

проявляются методические погрешности выбранного метода, что приводит к значительному росту погрешности интерполяции на концах отрезка. Проведен выбор оптимального количества узлов интерполяции выбранным методом. Разработано алгоритмическое и программное обеспечение аппроксимации непериодических сигналов методом наименьших квадратов в математическом пакете MatLab. Усовершенствован стандартный алгоритм аппроксимации методом наименьших квадратов путем использования кусочной аппроксимации полиномами до седьмого порядка. Усовершенствован алгоритм кусочной аппроксимации путем введения сглаживания в местах соединения соседних отрезков. Разработано алгоритмическое и программное обеспечение аппроксимации данных за счет предварительного использования методов интерполяции для изменения длины исходного сигнала до значения 2^i (i - натуральное число) для возможности использования быстрых алгоритмов обработки данных в системах многоклассовой диагностики, а также возможного повышения точности прогнозирования технического состояния объектов такими системами.
Ключевые слова: интерполяция; аппроксимация; метод наименьших квадратов; система многоклассовой диагностики.

S. Tsybulnyk, I. Komenchuk
National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute», Kyiv, Ukraine
APPROXIMATION OF NON-PERIODIC SIGNALS IN SYSTEMS OF MULTI-CLASS DIAGNOSTICS

Background. Improvement of systems of multi-class diagnostics is a very urgent task of the present. In most cases, it occurs due to increased accuracy of primary converters. However, the widespread use of microprocessor technology, a powerful mathematical base, the development of methods and tools for diagnostic information processing, the rapid development of new promising methods of research of objects and processes, new opportunities for modern computer and information technology contribute to the improvement process. In this paper one of the directions of improvement of functional diagnostics systems of engineering and construction structures is considered, namely: realization of the possibility of approximation of nonperiodic signals by the least squares method.
Objective. The purpose of the work is to improve the least squares method for the application to non-periodic vibrational signals and to develop software for the measured data approximation with the help of preliminary use of interpolation algorithms for efficient use in systems of multi-class diagnostics.
Conclusions. In order to achieve the goal, in this paper an investigation of the efficiency of an interpolation algorithm by Lagrange polynomials was performed using simulated nonperiodic signals without the presence of noise. It is shown that the methodological errors of the chosen method appear when using too many interpolation nodes. This leads to a significant increase in the interpolation error at the edges of the segment. The choice of the optimal number of interpolation nodes was conducted. An algorithm and software for nonperiodic signals approximation by the least squares method in MatLab mathematical package was developed. The standard algorithm of approximation by least squares method is improved by using piecewise approximation by polynomials up to the seventh order. The algorithm of piecewise approximation is improved by using anti-aliasing in adjacent segments. The algorithm and software of data approximation have been developed due to preliminary use of interpolation methods for changing the length of the initial signal to the value of 2^i (i - the natural number). This is necessary for the use of fast data processing algorithms in systems of multi-class diagnostics, as well as possible increase of the accuracy of prediction of the technical state of objects by such systems.
Keywords: interpolation; approximation; least squares method; system of multi-class diagnostics.

Надійшла до редакції
06 травня 2019 року

Рецензовано
20 травня 2019 року