

УДК 620.179.14

## ВИЗНАЧЕННЯ КООРДИНАТИ УЯВНО-РЕАЛЬНОЇ ПОВЕРХНІ МЕЖОВОЇ ПАНДАННОЇ ЗОНИ ОБ'ЄКТА. Частина 2. МЕТОДИ ВИЗНАЧЕННЯ

Скицюк В. І., Клочко Т. Р.

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», м. Київ, Україна

E-mail: [klochkotr@gmail.com](mailto:klochkotr@gmail.com)

У статті йдеться про створення теоретичного підґрунтя, яке визначає основні геометричні відхилення форми класичного абстрактного об'єкту від теоретичної межі панданної зони. Як вже було доведено авторськими дослідженнями [1], основним фізичним принципом є визначення параметрів руху поверхні абстрактного об'єкта. Отже, існує проблема дослідження зовнішньої та внутрішньої поверхні його панданної зони. Тому поставлено задачу створення реальної фізико-математичної моделі реєстрації координат панданної зони та геометричні відхилення форми об'єкта від межі його панданної зони. Вирішення цієї задачі внаслідок пошуку координат екстремальних точок меж панданної зони надає можливість підвищення точності визначення просторово-часових координат розташування абстрактного об'єкта при його взаємодії з іншими об'єктами.

**Ключові слова:** панданна зона, абстрактний об'єкт, фізико-математична модель, траєкторія руху, екстремуми, координати.

**Вступ**

Панданна зона абстрактного об'єкта (АО) визначає геометричні особливості його взаємодії з іншими об'єктами на рівні динамічних навантажень. Оскільки, як було досліджено [1], основним фізичним принципом є визначення параметрів руху поверхні абстрактного об'єкта, то існує проблема дослідження зовнішньої та внутрішньої поверхні його панданної зони. Актуальною задачею є визначення координат максимальних і мінімальних значень розмірів панданної зони. Ця задача виникає тому, що безперервна взаємодія абстрактних об'єктів відбувається через їх панданні зони. У цьому випадку саме на панданні зони припадає максимум навантажень, які у кінцевому випадку впливають на точність геометрії реалізації технологічного фантома об'єкта [2]. Наразі подібні підходи до вирішення задач точності розглядається вперше, як базові поняття при виробництві надточних деталей.

Отже, виникає необхідність створити фізико-математичну модель підґрунтя, яке визначає основні геометричні відхилення форми класичного абстрактного об'єкта від теоретичної межі панданної зони.

**Постановка задачі**

У попередньому дослідженні [1] було створено теоретичне підґрунтя визначення координати уявно-реальної поверхні межової панданної зони об'єкта. Отже, спираючись на аналітичні залежності, отримані у цьому дослідженні, та їх графічну інтерпретацію, маємо необхідність створити реальну фізико-математичну модель реєстрацію координат панданної зони.

Оскільки було визначено, що довжина радіус-вектору руху є залежною від швидкості руху за вектором  $\mathbf{V}_r$  (за рис. 1 [1]), то рисунок 3 [1] пояснює можливі варіанти вектору руху при похибці вимірювання радіус-вектора. Тому задача полягає в аналітичному визначенні похибки вимірювання величини вектору руху згідно цих варіантів.

**Модель визначення похибки вимірювання величини вектору руху**

Розглянемо ці варіанти згідно їх можливого застосування. Наразі можна виділити сім можливих варіантів просторового руху при вимірюванні. За першим варіантом (рис. 3,а [1]) маємо узагальнений випадок руху вимірювання за вектором  $\mathbf{V}$ . За цією умовою вектор  $\mathbf{V}$  не є колінеарним або ортогональним до жодного з векторів  $\mathbf{V}_\varphi$ ,  $\mathbf{V}_r$ ,  $\mathbf{V}_\theta$ . Випадки такого руху можуть бути за комбінованих швидкостей з двох тангенціальних  $\mathbf{V}_\varphi$ ,  $\mathbf{V}_\theta$  та одної радіальної  $\mathbf{V}_r$ . У цьому випадку похибка координати знаходиться у межах площини, побудованої на векторах  $\mathbf{V}$  та  $\mathbf{V}_r$ . Оскільки вона більша за  $|\mathbf{S}|^2$ , то і відповідна похибка визначення координати не визначається у межах цієї площі. Як наслідок, вона може сягати величини  $2|\mathbf{S}|$  і більше.

Наступний випадок (рис. 3,б [1]) описує комбіновану швидкість у площині векторів  $\mathbf{V}_r$  та  $\mathbf{V}_\theta$  за напрямком вектора  $\mathbf{V}_{r\theta}$  (аналогічно рис. 2,б [1]). Це відповідає випадку нерадіального руху в поєднанні з радіальним. Така ситуація відповідає

випадку, коли відчутник рухається за меридіаном, а не саме АО. Як наслідок, точність визначення координати вершини не краще за  $2[S]$ . Наразі це є комбінований рух, як і у наступних варіантах (рис. 2, в, г [1]). Тобто ці варіанти вимірювання являють собою комбінований рух, коли обертання АО має одні параметри руху, а відчутник інші. Така ситуація виникає, коли відчутник рухається абсолютно незалежно відносно самої поверхні АО, який теж рухається незалежно. Єдиною зв'язковою системою в просторі є загальний центр (координатна система) обертання над поверхнею. У цьому випадку внутрішня панданна зона відчутника визначає зовнішню панданну зону АО.

У наступному випадку (рис. 3, д [1]) чутливий елемент рухається за напрямком вектора  $V_r$ . Водночас, АО не рухається, оскільки ми отримуємо попередню ситуацію. За такого руху спостерігається максимальна точність за напрямком вектору  $V_r$ .

Якщо ми маємо рух за векторами  $V_\theta$  (рис. 3, е) або  $V_\phi$  (рис. 3, ж [1]), то це означає бокове торкання. Для того, щоб мати уявлення про цей процес, достатньо на діаграмі (рис. 2, б [1]) залишити рух за вектором  $V_\phi$ . Похибка визначення координати у такому випадку коливатиметься у межах  $([S] - 2[S])$ . Отже, точність визначення координати точки  $\bar{M}(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$  є повністю залежною від швидкості відносного руху стосовно поверхні. Величину швидкості аналізу на торкання  $t_T$  наразі можна вважати стабільною величиною, оскільки вона, з одного боку, є залежною від конструкційних особливостей відчутника та чутника, а, з іншого боку, від фізичних параметрів просторової похибки часу.

Отже, є можливість уявити поверхню панданної зони як ідеальні кулі одна в одній. Зовнішня куля надає всі можливі варіанти руху точки максимуму, а внутрішня точки – мінімуму. Ці точки виконують рух у формі кола, центр якого є вісь обертання АО. Водночас, площина обертання перпендикулярна до вісі обертання і в одному, і у другому випадку (рис. 1). При вирішенні задачі пошуку зовнішнього та внутрішнього радіусів маємо ускладнення з огляду на те, що її необхідно вирішувати у подвійному варіантах.

За першим варіантом нам необхідно визначитися з уявними координатами зовнішньої та внутрішньої сфер. Для цього необхідно знати уявну функцію, яка дає опис поверхні АО у просторі  $S_{AC}(x, y, z)$ . Тобто, для вирішення уявної задачі нам необхідно мати наступні три рівняння, а саме:

– для зовнішньої сфери

$$x_3^2 + y_3^2 + z_3^2 = R_3^2; \quad (1)$$

– для внутрішньої сфери

$$x_6^2 + y_6^2 + z_6^2 = R_6^2; \quad (2)$$

та рівняння, яке надає опис поверхні АО

$$S_{AC}(x, y, z) = 0. \quad (3)$$

Отже, нам необхідно знайти максимум і мінімум функції  $S_{AC}(x, y, z)$ . Для цього визначимося з аналітичними залежностями, якими можна надати опис для зовнішньої та внутрішньої сфер.

Оскільки ми маємо опис сфери у неявному вигляді (1) та (2), то розглянемо інші варіанти.

По-перше, це є параметрична форма  $(0 \leq u \leq 2\pi, 0 \leq v \leq \pi)$  із центром у початку координат  $0(0, 0, 0)$

$$x_3 = R_3 \cos u \sin v; \quad y_3 = R_3 \sin u \sin v; \quad z_3 = R_3 \cos v;$$

$$x_6 = R_6 \cos u \sin v; \quad y_6 = R_6 \sin u \sin v; \quad z_6 = R_6 \cos v,$$

і, по друге, у векторній з центром у початку координат  $C(0, 0, 0)$

$$\mathbf{r}_3 = (R_3 \cos u \sin v)\mathbf{i} + (R_3 \sin u \sin v)\mathbf{j} + (R_3 \cos v)\mathbf{k};$$

$$\mathbf{r}_6 = (R_6 \cos u \sin v)\mathbf{i} + (R_6 \sin u \sin v)\mathbf{j} + (R_6 \cos v)\mathbf{k}.$$

Аналогічно до сфер, обмежуючих панданну зону АО, маємо опис її поверхні у неявному вигляді (3) та параметричній

$$x_{AC} = x(u, v), \quad y_{AC} = y(u, v), \quad z_{AC} = z(u, v),$$

а також векторній

$$\mathbf{r}_{AC}(u, v) = x(u, v)\mathbf{i} + y(u, v)\mathbf{j} + z(u, v)\mathbf{k},$$

коли радіус-вектор від центру координат до точки  $M_3(x_3, y_3, z_3)$  описується як

$$\mathbf{r}_{AC} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}.$$

Отже, маємо початкове математичне підґрунтя для побудови принципів пошуку радіус-векторів, які визначають розміри панданної зони АО.

Наразі існує низка математичних теорій та залежностей, що надають можливість визначитися з точками максимуму та мінімуму функцій, які надають опосередковані способи визначення цих координат. Всі ці способи стосуються функцій, які знаходяться у площині, і лише деякі розглядають обмежені частини поверхні з відомим математичним описом.

Таким чином, первинна наша задача полягає в доведенні: функція поверхні  $S_{AC}(x, y, z) = 0$  має точки максимуму та мінімуму. Для початку розглянемо загально відомі теореми та їх наслідки.

Першою теоремою, яка надає засади визначення максимуму та мінімуму функції, є теорема Лагранжа. Ця теорема пов'язує локальні властивості функції, які описуються похідною з властивостями функції на скінченному інтервалі. Теореми будемо наводити без доказу, оскільки є досить відомими у математичній літературі [3, 4, 5].

Отже, теорема Лагранжа наголошує: Нехай є  $f(x)$  – неперервна функція на відрізку  $[a, b]$ , яка має

похідну  $f'(x)$  на інтервалі  $(a,b)$ . Тоді на інтервалі  $(a,b)$  існує принаймні одна точка  $c$  така, що:

$$\frac{f'(a)-f(b)}{b-a} = f'(c).$$

Стосовно нашого випадку це є простий доказ існування мінімуму та максимуму панданної зони.

Наступна теорема, яка є наслідком теореми Лагранжа, це теорема Ролля, яка наголошує: «Припустимо, що функція  $f(x)$  є неперервною на відрізьку  $[a,b]$  і має похідну в точках інтервалу  $(a,b)$  таку, що  $f(a) = f(b)$ . У такому випадку існує таке значення  $c$  з інтервалу  $(a,b)$ , що  $f'(c) = 0$ » [3].

Ця теорема має безперечний зв'язок із панданною зоною АО, оскільки початок і закінчення нашої функції поверхні співпадають (рис. 4). Якщо ми маємо кілька функцій (рис. 1), то справедливою є теорема Коші [4]: «Припустимо, що функції  $f_1(x)$  та  $f_2(x)$  неперервні на відрізьку  $[a,b]$  і мають похідні  $f'_1(x)$  та  $f'_2(x)$  у точках інтервалу  $(a,b)$ , до того ж  $f'_2(x) \neq 0$  при значеннях  $x$  з інтервалу  $(a,b)$ , то існує таке число з інтервалу  $(a,b)$ , що

$$\frac{f_1(b)-f_1(a)}{f_2(b)-f_2(a)} = \frac{f'_1(c)}{f'_2(c)}.$$

Завершити перелік теорем можна теоремою Дермі: «Якщо функція  $f(x)$  неперервна на певному інтервалі  $[a,b]$  приймає своє найбільше та найменше значення у внутрішній точці  $c$  цього

інтервалу, тобто  $a < c < b$  і, якщо у точці  $c$  похідна функції  $f(x)$  існує, то вона обов'язково дорівнює нулю:  $f'(c) = 0$ » [3].

Окрім вищезначених теорем, існують дві ознаки екстремумів функцій [5].

Перша достатня ознака екстремуму функції наголошує, що точка  $\xi$  є точкою екстремуму функції  $f(x)$ , якщо похідна  $f'(\xi)$  при переході  $x$  через  $\xi$  змінює знак і при зміні знака “+” на “-” точка  $\xi$  є точкою максимуму; при зміні “-” на “+” точка  $\xi$  є точкою мінімуму.

Друга достатня ознака екстремуму функції наголошує, що точка  $\xi$  є точкою екстремуму функції  $f(x)$ , якщо  $f'(\xi) = 0$ , а  $f''(\xi)$ , і якщо  $f''(\xi) > 0$ , то  $\xi$  – точка мінімуму, а якщо  $f''(\xi) < 0$ , то  $\xi$  – точка максимуму.

Таким чином, маємо можливість надати визначення, що має назву точки максимуму та мінімуму. Отже, точкою максимуму функції  $f(x)$ , якщо  $f(\xi)$  є найбільше її значення у межах цієї координати ( $\xi$ ). Точкою мінімуму  $\xi$  є точка, в якій функція  $f(x)$  має найменше значення серед усіх оточуючих [5]. У нашому випадку (рис. 1) цих ознак недостатньо, оскільки за такими ознаками ми можемо мати кілька точок мінімумів та максимумів.

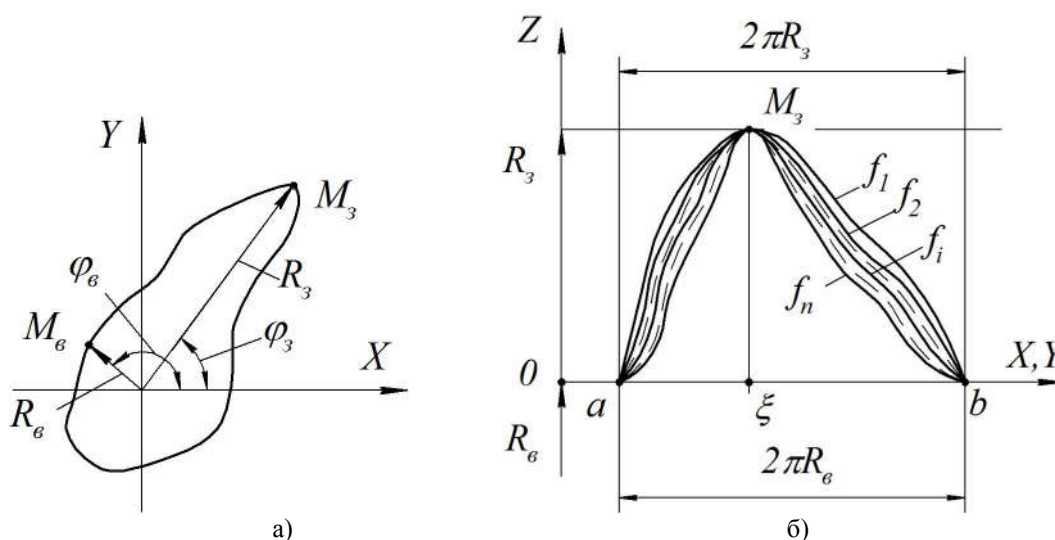


Рис. 1. Загальний принцип розташування точок максимуму та мінімуму на поверхні абстрактного об'єкта, де: а) загальне розташування точок максимуму та мінімуму у ідеалізованому випадку; б) розгортка траєкторії сполучення між точками мінімуму та максимуму

Причина такої невизначеності полягає у недостепенності меж визначення критичних точок, тобто вище наведені теореми та формулювання вимагають більш широкого діапазону, а саме у межах існування всієї функції.

Для того, щоб розглянути всі особливості панданної зони, зробимо низку перерізів АО, площина яких проходить через точку максимуму  $M_3$  та точку мінімуму  $M_b$ .

Особливостями цього перерізу є те, що всі можливі шляхи з'єднання точок  $M_3$  та  $M_b$ , тобто лінії периметру перерізу знаходяться у межах узагальненої площини (рис. 1,б). Отже, за кожного перерізу ми отримуємо лінію периметру, яка може бути описана низкою функцій  $f_1, f_2, f_3, \dots, f_n$ . Орієнтуючись на особливості цих функцій, маємо можливість вважати, що

$$f_1(a) = f_1(b) = f_2(a) = f_2(b) = \\ = f_3(a) = \dots = f_n(a) = f_n(b)$$

при  $a = b = R_b$ .

Одночасно з цим маємо для першої похідної

$$f_1'(\xi) = f_2'(\xi) = f_3'(\xi) = \dots = f_n'(\xi) = 0.$$

На рис. 1,б ми маємо афінне перетворення, де лінія аргументу ( $x$  або  $y$ ) є розгорткою довжини кола радіусу  $R_b$ , а верхній рівень  $R_3$  є розгорткою довжини кола з відповідним радіусом.

Особливістю такого перетворення є те, що довжина всіх ліній, які описують ці функції, однакова.

Перетворення визначаються масштабуванням і кутом зсуву.

Масштабування визначається, як  $\mu = R_6/R_3$ , а коефіцієнти провороту  $\eta = (R_3 - R_6)/R_3$  [6]. Наразі це є просто криволінійна координатна система.

Низка функцій, які співпадають з перерізами (рис. 1,б) є системою меридіанів, які ми маємо можливість задавати із необхідним нам кроком. Це надає можливість визначитися з деякими особливостями панданної зони. При цьому ці меридіани виходять з точки максимуму  $M_3$  і закінчуються у точці мінімуму  $M_b$ . Віссю, навколо якої проходять ці меридіани, є лінія  $M_3M_b$  (рис. 2), але ця лінія обертається навколо центру координат "0". Якщо ми прийняли за умову що центр ваги АС співпадає з центром обертання, то лінія  $M_3M_b$ , обертаючись навколо цього центру, утворює свою панданну зону. Ця зона має форму або лінії, або циліндра, або конуса. До того ж, у випадку лінії обертання вона повинна проходити через центр координат. У такому разі функції перерізу будуть реальними меридіанами.

При розгляді ситуації з обертанням існує ще один випадок, який стосується одночасного подвійного обертання. У цьому випадку ми маємо подвійне обертання, одне навколо центру системи координат ("0" Рис. 2), а друге навколо осі  $M_3M_b$ . У такому випадку ми отримуємо два неколінеарні вектори обертання, які намагаються досягти колінеарності. Наочний приклад – це обертання Земної кулі навколо своєї вісі та навколо сонця. У нашому випадку (рис. 2,а) це призводить до зміни параметрів панданної зони.

Функція, яка дає опис поверхні (3), має багатоступеневі залежності, тому визначення її максимумів та мінімумів є досить складною математичною задачею. При значному спрощенні маємо

можливість скористатися класичними методиками визначення максимумів та мінімумів для функцій кількох змінних [4]. Ця методика стосується уявних АО, тобто їх технологічні фантоми, які мають визначення через якісь функції. Математичний апарат визначення цих параметрів АО має опис класичної математики [3, 4, 5]. Тобто, вважаючи, що форма нашого АО незалежна від часу, можемо вважати АО та його панданну зону умовно (уявно) статичною. Це надає нам можливість скористатися низкою теорем математичного аналізу функцій кількох змінних. Перефразуючи теорему про достатні умови екстремуму функції кількох змінних, стосовно нашого випадку маємо можливість сформулювати необхідні умови для пошуку цих величин [3].

Отже, якщо у деякій частині поверхні, на якій знаходиться точка  $M(x, y, z)$ , функція  $S(x, y, z)$ , має неперервні часткові похідні до третього порядку включно, а також є критичною до функції, тобто

$$\frac{dS(x, y)}{dx} = 0; \frac{dS(x, y)}{dy} = 0,$$

то при  $x = x_3, y = y_3$ :

1)  $S(x, y, z)$  має максимум, якщо

$$\frac{d^2S(x_3, y_3)}{dx^2} \cdot \frac{d^2S(x_3, y_3)}{dy^2} - \left( \frac{d^2S(x_3, y_3)}{dxdy} \right)^2 > 0$$

та  $\frac{d^2S(x_3, y_3)}{dx^2} < 0$ ,

2) при  $x = x_6, y = y_6$  має мінімум, якщо

$$\frac{d^2S(x_6, y_6)}{dx^2} \cdot \frac{d^2S(x_6, y_6)}{dy^2} - \left( \frac{d^2S(x_6, y_6)}{dxdy} \right)^2 > 0$$

та  $\frac{d^2S(x_6, y_6)}{dx^2} > 0$ , (4)

3)  $S(x, y, z)$  не має ані максимуму, ані мінімуму, якщо

$$\frac{d^2S(x, y)}{dx^2} \cdot \frac{d^2S(x, y)}{dy^2} - \left( \frac{d^2S(x, y)}{dxdy} \right)^2 < 0,$$

4) якщо

$$\frac{d^2S(x, y)}{dx^2} \cdot \frac{d^2S(x, y)}{dy^2} - \left( \frac{d^2S(x, y)}{dxdy} \right)^2 = 0,$$

то екстремум може або бути, або не бути, тобто необхідне подальше дослідження.

#### Результати та їх обговорення

Отже, користуючись вище обумовленим, ми маємо можливість визначитися з максимумом та мінімумом уявної функції, яка дає опис уявної поверхні АО тобто  $S(x, y, z)$ .

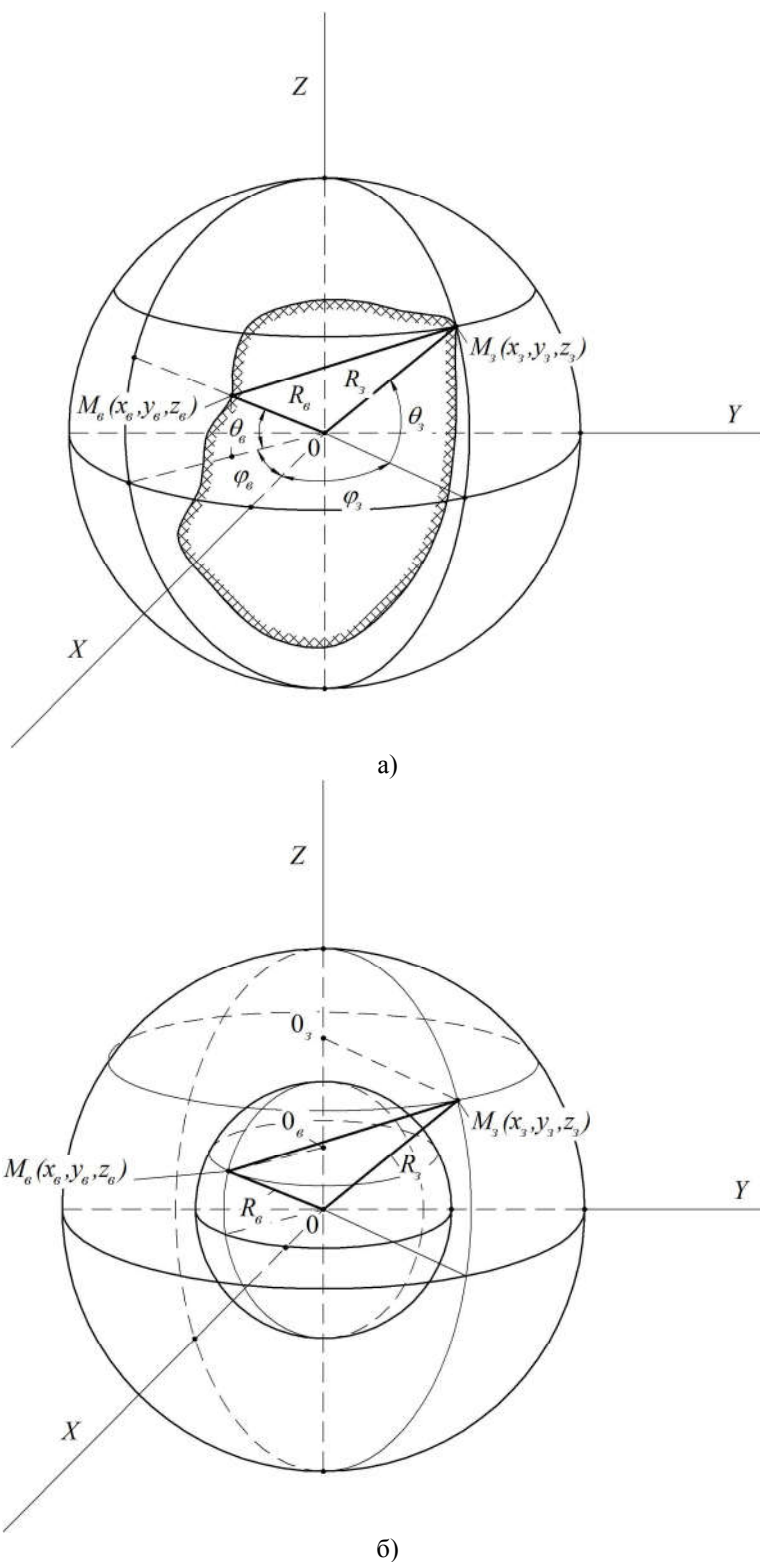


Рис. 2. Модель внутрішніх зв'язків між елементами панданної зони, де: а) зв'язок між поверхнею абстрактного об'єкта, радіус-векторами та точками мінімуму та максимуму; б) зв'язок між радіус-векторами та зовнішньою та внутрішньою сферами обмеження панданної зони

Оскільки у нашій задачі пошук параметрів геометрії межової панданної зони, то ми маємо можливість констатувати той факт, що нас задо-

вольняють лише 1) та 2) у (4). Інші два випадки у панданній зоні АО просто неможливі.

Для пришвидшення пошуку точок максимуму та мінімуму можна використовувати градієнт функції [7]. Для цього ми уявляємо функцію поверхні як скалярну.

У такому випадку ми маємо можливість уявити градієнт по поверхні, як

$$\text{grad}S = \frac{ds}{dx} \mathbf{i} + \frac{ds}{dy} \mathbf{j} + \frac{ds}{dz} \mathbf{k}. \quad (5)$$

Важливою властивістю градієнта є те, що він є вектор, який спрямовано від точки максимуму до точки мінімуму. Окрім того, довжина вектора є мірою відстані від точок екстремумів. Безпосередньо у точці екстремумів градієнт дорівнює нулю. Для визначення значення градієнта (5) необхідно вирішити це рівняння разом з рівнянням (3). Тим не менш, рух точок  $M_3(x_3, y_3, z_3)$  та  $M_6(x_6, y_6, z_6)$  створюють відповідні сфери навколо центру координат (1) (2).

Плинні координати руху для точки  $M_3(x_3, y_3, z_3)$  будуть визначатися як

$$\begin{aligned} x_3 &= R_3 \cos \theta_3 \cos \varphi_3 \\ y_3 &= R_3 \cos \theta_3 \sin \varphi_3 \\ z_3 &= R_3 \sin \theta_3 \end{aligned} \quad (6)$$

і для точки  $M_6(x_6, y_6, z_6)$

$$\begin{aligned} x_6 &= R_6 \cos \theta_6 \cos \varphi_6 \\ y_6 &= R_6 \cos \theta_6 \sin \varphi_6 \\ z_6 &= R_6 \sin \theta_6 \end{aligned} \quad (7)$$

Для цих сфер будемо мати наступне значення градієнта

$$(\text{grad}S)_{M_3, M_6} = 2x\mathbf{i} + 2y\mathbf{j} + 2z\mathbf{k}$$

або для точки  $M_3$

$$\text{grad}S_{M_3} = 2R_3 \cos \theta_3 \cos \varphi_3 \mathbf{i} + 2R_3 \cos \theta_3 \sin \varphi_3 \mathbf{j} + 2R_3 \sin \theta_3 \mathbf{k},$$

$$\text{grad}S_{M_6} = 2R_6 \cos \theta_6 \cos \varphi_6 \mathbf{i} + 2R_6 \cos \theta_6 \sin \varphi_6 \mathbf{j} + 2R_6 \sin \theta_6 \mathbf{k}.$$

Модулі градієнтів відповідно

$$|\text{grad}S|_{M_3} = 2R_3 \text{ та } |\text{grad}S|_{M_6} = 2R_6$$

Відстань між точками  $\overline{M_3 M_6}$  буде визначатися за виразом

$$\overline{M_3 M_6} = \sqrt{(x_3 - x_6)^2 + (y_3 - y_6)^2 + (z_3 - z_6)^2}$$

або підстановки значень координат з (6) та (7) для точок  $M_3(x_3, y_3, z_3)$  та  $M_6(x_6, y_6, z_6)$  отримуємо

$$\begin{aligned} \overline{M_3 M_6} &= \sqrt{R_3^2 + R_6^2 -} \\ &- 2R_3 R_6 [\cos \theta_3 \cos \theta_6 \cos(\varphi_3 - \varphi_6) + \sin \theta_3 \sin \theta_6]. \end{aligned} \quad (8)$$

Довжина відстані  $\overline{M_3 M_6}$  за виразом (8) може мати критичні випадки, коли кути приймають значення кратні  $\frac{\pi}{2}$ .

У такому разі маємо наступні випадки

$$\overline{M_3 M_6} = R_3 - R_6 \quad (9)$$

$$\text{та } \overline{M_3 M_6} = R_3 + R_6.$$

Отже, за (9) різниця наближається до нуля, тим не менш, цього не може бути, оскільки точки  $M_3$  та  $M_6$  можуть знаходитися на одній лінії лише у тому випадку, якщо вони знаходяться по різні боки центру обертання. Тобто за (9) ми маємо можливість розглядати лише варіант

$$\lim_{R_6 \rightarrow R_3} (R_3 - R_6) = [S]. \quad (10)$$

Отже, на цьому маємо можливість закінчити попередній опис технологічного фантому АО, тобто вигляду уявної функції математичного апарату опису геометрії руху поверхні АО у межовому стані [8, 9].

### Висновки

Таким чином, отримані аналітичні залежності є основою для створення фізико-математичних моделей руху абстрактних об'єктів у межах їх панданної зони та при наявності взаємодії цих об'єктів. Зокрема, це надає можливостей створення нових приладів вимірювання прецизійних об'єктів.

Проведені дослідження можуть надавати можливість визначення координат позиціонування об'єктів технологічного процесу в просторі обладнання, що підвищує точність виготовлення деталей приладів, а також вимірювання параметрів виготовлення деталей. Особливо це стосується аспектів виготовлення деталей наноприладів.

Дослідження виконано за рахунок коштів фінансування проекту ДР 0117U004263 МОН України.

### Література

1. Скицюк В. І., Ключко Т. Р. Визначення координати уявно-реальної поверхні межової панданної зони об'єкта. Частина 1. Загальні засади // Вісник НТУУ "КПІ". Серія ПРИЛАДОБУДУВАННЯ. – 2017. – Вип. 53(1). – С. 49-55.
2. Тимчик Г. С., Скицюк В. І., Вайнтрауб М. А., Ключко Т. Р. Фізичні засади технології ТОНТОР: монографія. Київ: НТУУ «КПІ», 2010. – 352 с.
3. Бермант А. Ф., Араманович И. Г. Краткий курс математического анализа для втузов; изд. 6-е стереотипн. Москва: Наука, Главн. ред. физ.-мат. лит.-ры, 1969. – 736 с.
4. В.Грэнвиль и Н. Лузин. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Часть 1. Дифференциальное исчисление, изд. 5-е. Москва-Ленинград: Объединенное научно-техн. изд-во НКТП СССР, Главн. Ред. Техн.-теорет. лит.-ры, 1937. – 408 с.
5. Granino A. Korn, Theresa M. Korn. Mathematical Handbook for Scientists and Engineers: Definitions,

- Theorems, and Formulas for Reference and Review (Dover Civil and Mechanical Engineering). 2 Revised Edition, (2000), 1152.
6. Павловський М. А. Теоретична механіка: Підручник / М. А. Павловський. Київ: Техніка, 2002. – 512 с.
7. Кузьмичев В. Е. Закон и формулы физики / В. Е. Кузьмичев. Киев: Наук. думка, 1989. – 864 с.
8. Гаврилов А. Н. Точность производства в машиностроении и приборостроении. Москва: Машиностроение, 1973. – 567 с.
9. Скицюк В. І., Діордіца І. М., Науменко В. І. Дослідження властивостей поверхні деталі за допомогою токарного інструменту. Високі технології в машинобудуванні: Збірник наукових праць НТУ «ХП». Харків, 2006. – Вип. 1 (12). С.151-158.

УДК 620.179.14

**В. І. Скицюк, Т. Р. Ключко***Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского», г. Киев, Украина***ОПРЕДЕЛЕНИЕ КООРДИНАТЫ УСЛОВНО-РЕАЛЬНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ГРАНИЧНОЙ ПАНДАННОЙ ЗОНЫ ОБЪЕКТА. Часть 2. МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ****Введение**

В статье даны теоретические основы определения основных геометрических отклонений формы классического абстрактного объекта от теоретического предела его панданной зоны. Как уже было доказано ранее авторскими исследованиями [1], основным физическим принципом является определение параметров движения поверхности абстрактного объекта.

**Основная часть**

Итак, существует проблема исследования внешней и внутренней поверхности панданной зоны абстрактного объекта. Поэтому поставлена задача создания реальной физико-математической модели регистрации координат панданной зоны и геометрические отклонения формы объекта от границы его панданной зоны. Решение этой задачи вследствие поиска координат экстремальных точек границ панданной зоны предоставляет возможности повышения точности определения пространственно-временных координат местоположения абстрактного объекта при его взаимодействии с другими.

**Выводы**

Таким образом, полученные аналитические зависимости является основой создания физико-математических моделей движения абстрактных объектов в пределах их панданной зоны, в том числе при наличии взаимодействия этих объектов. В частности, это дает возможности для создания новых приборов измерения прецизионных объектов.

Проведенные исследования могут предоставлять возможность определения координат позиционирования объектов технологического процесса в пространстве оборудования, что повышает точность изготовления деталей приборов, а также измерения параметров изготовления детали. Особенно это касается аспектов изготовления деталей наноприборов.

**Ключевые слова:** панданная зона, абстрактный объект, физико-математическая модель, траектория движения, экстремумы, координаты.

**V. I. Skytsiuk, T. R. Klotchko***National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Kyiv, Ukraine***DEFINITION OF THE COORDINATE OF THE IMAGINARY AND REAL SURFACES OF THE BORDER PANDAN ZONE OF THE OBJECT. Part 2. METHODS OF DEFINITION****Introduction**

In the work we are talking about the creation of a theoretical basis that defines the basic geometric deviations of the form of a classical abstract object from the theoretical borders of its Pandan zone. As already proved earlier by author's studies [1], the basic physical principle is the determination of the parameters of the motion of the surface of an abstract object.

**Main part**

So, there is a problem of studying the outer and inner surfaces of the Pandan zone of an abstract object. Therefore, the task is to create a real physics and mathematical model for recording the coordinates of the Pandan zone and geometric deviations of the shape of the object from the boundary of its pandanal zone. Solving this problem by searching for the coordinates of extreme points of the boundaries of the Pandan zone provides opportunities to im-

prove the accuracy of determining the space-time coordinates of the location of an abstract object when it interacts with others.

The model of internal connections between elements of the Pandan zone is obtained, that is, the connection between the surface of the abstract object, the radius vectors and the points of the minimum and maximum, as well as the connection between the radius vectors and the external and internal spheres of restriction of the Pandan zone.

**Results**

The extremums, that is the maximum and minimum, of the imaginary function that gives a description of the imaginary surface of the abstract object are determined.

In the work the previous description of the technological phantom of the abstract object is completed. That is, the form of the imaginary function of the mathematical model, which describing the geometry of the surface of the abstract object in the boundary state.

**Conclusions**

Thus, the analytical dependence is the basis for the creation of physical and mathematical models of the motion of abstract objects within their Pandan zone, including in the presence of the interaction of these objects. In particular, it gives the possibility to create new units of measurement precision objects.

The studies may provide an opportunity to determine the coordinates of the positioning of objects in space, the process equipment, which improves the accuracy of manufacturing equipment parts, as well as the measurement of parameters of manufacturing parts. Especially it concerns aspects of manufacturing parts of devices for nanotechnologies.

Key words: Pandan zone; abstract object; physical and mathematical model; trajectory; extremes; coordinates.

*Надійшла до редакції  
11 листопада 2017 року  
Рецензовано  
18 листопада 2017 року*

© Скицюк В.І., Клочко Т.Р., 2017